

پیش‌بینی سیلاب از طریق داده‌های سری زمانی دبی رودخانه سومبار با استفاده از مدل باکس-جنکینز

محمد نخعی: دانشگاه تربیت معلم تهران، گروه زمین‌شناسی

علی میرعربی: شرکت آب منطقه‌ای خراسان جنوبی

پذیرش ۸۹/۳/۲۹

تاریخ دریافت ۸۷/۵/۱۹

چکیده

امروزه یکی از مهم‌ترین مسائل مدیریت سیلاب، پیش‌بینی جریان رودخانه‌ها است. جلوگیری از آسیب‌های اقتصادی و جانی ناشی از سیلاب یکی از مهم‌ترین دست‌آوردهای پیش‌بینی صحیح جریان است. فاکتورها و عوامل مختلفی بر روی دبی رودخانه تأثیرگذار است که تحلیل این پدیده را مشکل می‌سازند. مدل‌های فیزیکی-مفهومی، رگرسیونی و سری‌های زمانی از معمول‌ترین روش‌های تحلیل جریان رودخانه‌اند در این تحقیق با استفاده از داده‌های دبی ایستگاه قره‌قاندو در ۱۳ سال گذشته، به پیش‌بینی دبی رودخانه سومبار از طریق مدل فصلی ضربی باکس-جنکینز و با استفاده از نرم افزار (Minitab) پرداخته شده است. همچنین برای انتخاب بهترین مدل پیش‌بینی از معیار ارزیابی آزمون و خطا باقی مانده استفاده شد و بهترین مدل، آریما^۱ (۱، ۱، ۱) (۲، ۱، ۰) (۱، ۱، ۰) در نظر گرفته شد، و برای ۲۴ ماه آینده پیش‌بینی دبی رودخانه صورت گرفت.

واژه‌های کلیدی: رودخانه سومبار، باکس-جنکینز، ARIMA

۱. Arima

مقدمه

اساس اکثر روش‌های پیش‌بینی بر پایه نوعی شبیه‌سازی از وضعیت موجود سیستم است که اصطلاحاً به آن مدل‌سازی^۱ گفته می‌شود. مدل‌های احتمالاتی یا مدل‌های آماری از رابطه میان سری‌های زمانی و یک یا چند سری زمانی دیگر بهره می‌جویند [۷]. به‌طور کلی پیش‌بینی دبی رودخانه‌ها عامل مهمی در تصمیم‌گیری و مدیریت سیلاب است. آنالیز و مدل‌سازی سری‌های زمانی به دلیل توانایی در تحلیل داده‌ها در پژوهش‌های هیدرولوژی و منابع آب، به‌طور وسیعی استفاده می‌شود. اکثر سری‌های زمانی که متغیرهای آن‌ها به نحوی تحت تأثیر عوامل طبیعی باشد، نوعی مؤلفه‌های فصلی را از خود نشان می‌دهد. سری‌های هیدرولوژی و هیدروژئولوژی، نظیر بارندگی، درجه حرارت، دبی رودخانه‌ها و دبی چشمه‌ها دارای مؤلفه‌های تناوبی فصلی با دوره‌های ۱۲ ماهه هستند [۵]. اگر متغیرها و مؤلفه‌ها با یک‌دیگر نوعی ارتباط (هم‌بستگی) داشته باشند، می‌توان مدلی آماری که توصیف‌کننده این رابطه باشد، بنا کرد.

استفاده از این روش در پیش‌بینی در بسیاری از زمینه‌های منابع آب گسترده شده است. سامانی و همکاران (۱۹۹۴)، با به‌کارگیری توابع خود هم‌بستگی و چگالی طیفی به مدل‌سازی استوکستیک و پیش‌بینی آینده دبی چند رودخانه در استان فارس پرداخت. مشکانی در (۱۹۹۷)، به بررسی و پیش‌بینی خشک‌سالی در غرب ایران با استفاده از مدل‌های ترکیبی ضربی فصلی^۲ پرداخت. اهن^۳ (۲۰۰۰)، با استفاده از مدل‌های آریمای به پیش‌بینی نوسانات سطح ایستابی پرداختند. این محقق با توجه به داده‌ها از روش‌های تفاضل‌گیری درجه دوم برای حذف روند موجود استفاده کردند. بریگیت^۴ (۲۰۰۳) با استفاده از آنالیز طیفی، توابع فاز و دامنه^۵ در بخش‌های مختلف آبخوان میزان هدایت هیدرولیکی عمودی آبخوان را به‌دست آوردند. رئیسی در سال ۱۳۷۶ با استفاده از روش‌های استوکستیک به بررسی تغییرات آب و هوایی جنوب ایران پرداختند. جلالی در سال ۱۳۸۱ برای ارائه سیستم‌های پشتیبان تصمیم‌گیری (DSS) بهره‌برداری از مخازن از مدل‌های سری زمانی برای پیش‌بینی جریان‌های ماهانه ورودی ورودی به سد جیرفت استفاده کرد و مدلی تک متغیره آریمای دبی ورودی سد واسنجی کرد. چیت‌سازان در سال ۱۳۸۴ با استفاده از سری‌های زمانی طولانی مدت (هیدروگراف) آب

۱. Modeling ۲. SARIMA ۳. Ahn ۴. Brigitte ۵. Amplitude

زیرزمینی دشت شهرکرد آینده تغییرات این هیدروگراف این دشت را به مدت ۲۴ ماه پیش‌بینی کرد. هاشمی و جهانشاهی سال ۱۳۸۴ به تحلیل و پیش‌بینی کل بارندگی ماهانه و سالانه در منطقه تربت حیدریه خراسان پرداختند.

با توجه به توانایی‌های تکنیک‌های سری زمانی، در این تحقیق سعی شد با استفاده از داده‌های سری زمانی ۱۳ ساله ایستگاه هیدرومتری قره‌قانلو در حوضه کال شور (که از شرکت آب منطقه‌ای خراسان شمالی در قالب یک لوح فشرده اخذ شد) و تکنیک مدل‌های باکس-جنکینز وضعیت نوسانات آینده هیدروگراف رودخانه سومبار پیش‌بینی و کاربرد مدل‌های سری زمانی در پژوهش‌های آب‌های سطحی و پیش‌بینی سیلاب بررسی شود.

منطقه بررسی شده (رودخانه سومبار) در حوضه کال شور بخش مرزی رازوجرگلان در قسمت شمالی استان خراسان شمالی با عرض جغرافیایی 30° و 57° تا 30° و 57° و طول جغرافیایی 30° و 37° و 00° و 38° قرار دارد. این رودخانه از ارتفاعات واقع در بخش ترکمنستان سرچشمه گرفته و در محلی به نام چات به اترک داخلی متصل می‌شود سطح حوضه آبریز رودخانه سومبار در منطقه چات حدود ۸۲۷۰ کیلومتر مربع است که ۱۸۷۵ کیلومتر مربع آن در خاک ایران واقع است (شرکت آب منطقه‌ای خراسان شمالی ۱۳۸۳). موقعیت ایستگاه هیدرومتری قره قانلو در شکل ۱ نشان داده شده است. از آنجا که این حوضه از سیل‌خیزترین حوضه‌های استان است و جاری شدن سیلاب‌ها تاکنون خسارات زیادی در منطقه برجای گذاشته است، لذا نقش پیش‌بینی سیلاب در این حوضه بسیار مهم و در کاهش خسارت ناشی از سیل مؤثر است.

زمانی سهم به‌سزایی داشته‌اند. آن‌ها با تاکید بر تفاضلی کردن، می‌توانند الگوهایی را برای سری‌های نایستا بسازند و رده کلی الگوهای آریما به آن‌ها نسبت داده می‌شود. اخیراً دانشمندان به‌منظور تحلیل تغییرات پارامترهای اقلیمی تلاش کرده‌اند تا این پارامترها را الگوسازی و سپس شبیه‌سازی کنند (باکس و جنکینز، ۱۹۷۶). الگوسازی در خانواده‌های آرما^۱، آریما^۲ و آریمای فصلی ضربی^۳، یکی از شیوه‌های مهم و معتبر در شبیه‌سازی فراسنج‌های اقلیمی است. در این تحقیق با استفاده از روش باکس و جنکینز الگوی آریمای فصلی ضربی رفتار میزان جریان ماهانه رودخانه سومبار الگوسازی شده است.

سری‌های زمانی به دو نوع ایستا و نایستا (نایستایی در میانگین و واریانس) تقسیم می‌شوند. مدل‌های پیش‌بینی باکس و جنکینز با سری‌های زمانی ایستا سروکار دارد. تفاضلی کردن یکی از روش‌هایی است که اغلب با آن می‌توان یک سری نایستا را به سری ایستا، تبدیل کرد [۶].

به‌طورکلی مدل باکس جنکینز دارای شش ضریب است که شامل ساریما (S) (p, d, q) (P, D, Q) است. یکی از نیازهای اصلی مدل آماری باکس جنکینز شناسایی مؤلفه‌های سری زمانی برای تعیین شش ضریب مورد نیاز مدل است زیرا اگر این مؤلفه‌ها به خوبی شناسایی نشوند ضرایب تعیین شده صحیح نبوده و مدل و در نتیجه پیش‌بینی نادرست خواهد بود. ضرایب d (مرتبۀ تفاضلی‌گیری غیرفصلی) مربوط به نایستایی میانگین (روند) و D (مرتبۀ تفاضلی‌گیری فصلی) مربوط به نایستایی واریانس (تناوب) بوده و S دوره تناوب فصلی است که ۱۲ گرفته شده است. روشی مناسب برای تعیین مقادیر D و d کمینه کردن واریانس سری تفاضلی حاصل (σ^2) است. بنا بر این با اختیار کردن مقادیر مختلف برای D و d و مقایسه واریانس سری تفاضلی شده به ازای مقادیر مزبور، می‌توان درجه تفاضلی را برای مراتب فصلی و غیرفصلی تعیین کرد [۱]. به‌عبارت دیگر مقادیر d و D طوری انتخاب می‌شوند که

۱. ARMA ۲. ARIMA ۳. Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA)

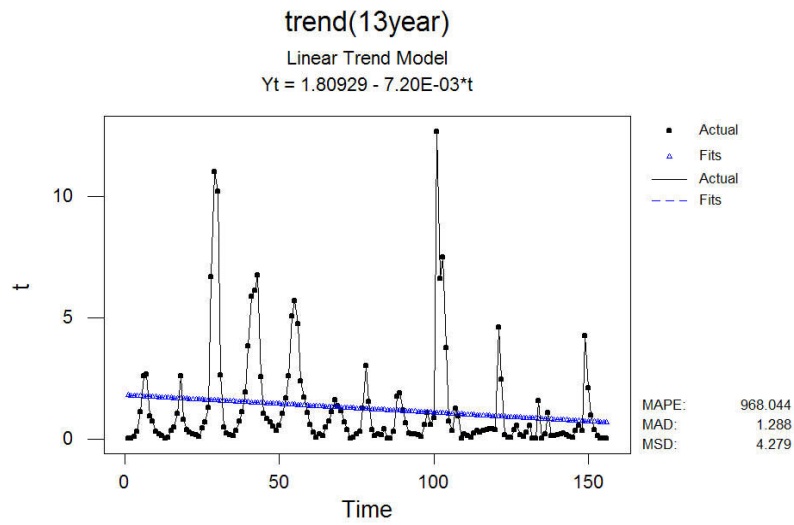
واریانس سری تفاضلی دارای کم‌ترین مقدار خود باشد. سپس مدل مناسب باکس و جنکینز بر روی سری زمانی تفاضلی برازش داده می‌شود.

دیگر ضرایب از روی نمودارهای خود هم‌بستگی^۱ (ACF) و خود هم‌بستگی جزئی^۲ (PACF) حاصل می‌گردد. با ترسیم مقادیر ضریب خود هم‌بستگی در مقابل تأخیر زمانی نمودار خود هم‌بستگی ایجاد می‌گردد که جهت تفسیر مجموعه ضرایب هم‌بستگی داده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. در مدل آریما نمودار خود هم‌بستگی و خود هم‌بستگی جزئی به صورت سینوسی و نمایی نوسان می‌کنند (نیرومند ۱۳۷۶). اگر سری زمانی دارای روند باشد، در این صورت مقادیر ضریب خود هم‌بستگی به آرامی نزول کرده و این امر نشان دهنده ارتباط مشاهدات متوالی با یکدیگر است. در صورتی که یک سری زمانی میل به تناوب داشته باشد، آن‌گاه هم‌بستگی نگار نیز متمایل به تناوب خواهد بود و در صورتی که سری زمانی کاملاً تصادفی باشد، ضریب خود هم‌بستگی به ازای تمام مقادیر در داخل بازه اطمینان واقع می‌شود (چیت سازان ۱۳۸۴).

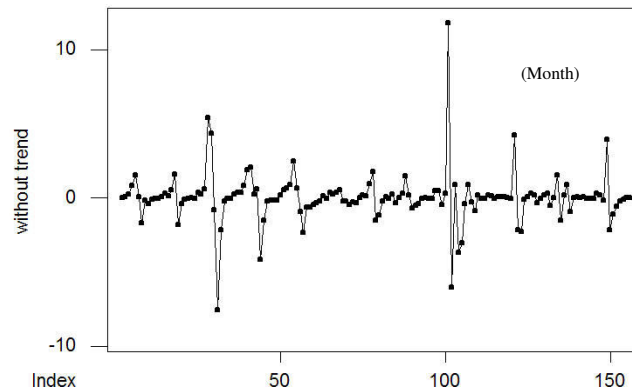
در این تحقیق از ۱۳ سال داده‌های زمانی دبی رودخانه اخذ شده از شرکت آب منطقه‌ای خراسان شمالی استفاده گردید و به منظور تحلیل داده‌ها و ترسیم نمودارها و تعیین مؤلفه‌ها از نرم افزار (Minitab) استفاده شد. با مشاهده نمودار داده‌های اولیه سری زمانی مشخص شد که این سری در میانگین و واریانس ناپایستا است. شکل ۲ نمودار هیدروگراف (سری زمانی) ۱۳ ساله داده‌ها همراه با روند نزولی آن را نشان می‌دهد. بنا بر این در اولین قدم باید ناپایستگی میانگین (روند) را حذف کرد که این کار از طریق معادله تفاضلی درجه اول انجام گردید که دارای کم‌ترین مقدار واریانس سری تفاضلی است. شکل ۳ نمودار تفاضلی شده را ارائه داده است.

۱. Auto Correlation Function

۲. Partial Auto Correlation Function



شکل ۲. نمودار سری زمانی ۱۳ ساله داده‌ها همراه با روند نزولی



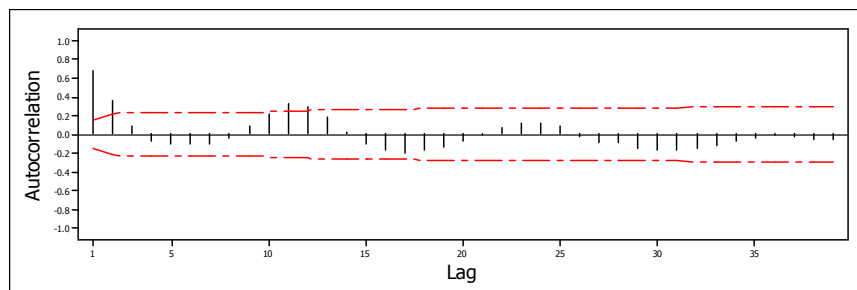
شکل ۳. حذف روند از داده‌ها از طریق معادله تفاضلی درجه یک

جدول ۱. فاکتورهای مختلف آماری سری زمانی داده‌های خام و پس از حذف روند

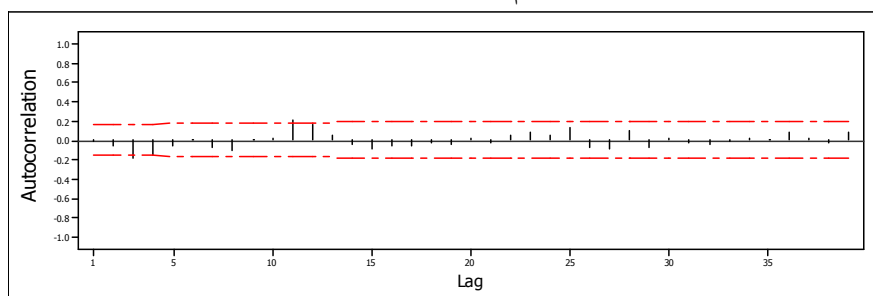
(تفاضل گیری درجه یک)

data	max	min	mean	variance
raw	12.71	0	1.243974	4.413222
first differencing	7.61	-11.83	-0.00045	2.88625

با توجه به داده‌های جدول ۱، میانگین سری پس از تفاضل‌گیری نزدیک به صفر شده که این وضعیت در نمودار ترسیم شده از این داده‌ها نیز مشخص است. برای بررسی سری زمانی و صحت فرایند تفاضل‌گیری درجه اول در حذف و الگوی عامل روند از داده‌ها هیدروگراف نمودارهای هم‌بستگی نگار (ACF) و خود هم‌بستگی نگار (PACF) برای داده‌های تفاضل‌گیری شده، محاسبه و بر اساس آن نمودار هم‌بستگی نگار ترسیم شد که می‌توان از طریق آن‌ها ضرایب مناسبی برای p, q استخراج کرد. شکل ۴ نمودار خود هم‌بستگی (ACF) قبل از حذف روند و شکل ۵ نمودار خود هم‌بستگی (ACF) بعد از حذف روند را نشان می‌دهد.



شکل ۴. نمودار خود هم‌بستگی (ACF) قبل از حذف روند

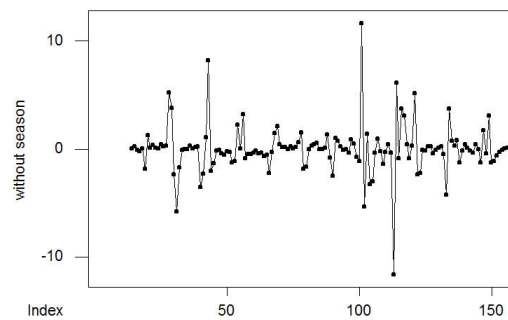


شکل ۵. نمودار خود هم‌بستگی (ACF) بعد از حذف روند

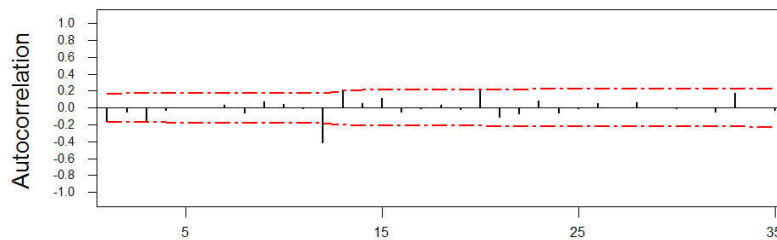
همان‌گونه که از نمودار هم‌بستگی نگار مشخص است مقدار ACF به آرامی و به صورت سینوسی، بازه اطمینان را قطع کرده و نزول می‌کند که این نحوه نوسان به دلیل وجود روند و تناوب در سری است ولی نمودار هم‌بستگی نگار پس از تفاضل‌گیری درجه اول (شکل ۵) عامل روند را از خود نشان نداده و نمودار فقط میل به تناوب دارد و مقدار هم‌بستگی در

برخی تأخیرها خط اطمینان را قطع کرده که مبین نوسانات فصلی است. برای حذف این عامل از سری از روش تفاضل‌گیری فصلی درجه یک استفاده شد. شکل ۶ سری زمانی بعد از حذف تناوب را نشان می‌دهد.

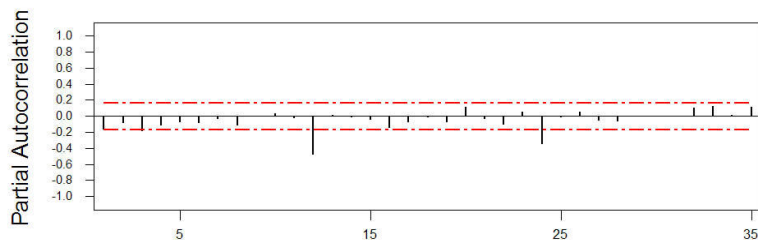
برای بررسی حذف تناوب فصلی از سری زمانی نمودار هم‌بستگی نگار داده‌های حذف تناوب شد ترسیم شد و سپس از طریق آن‌ها به تعیین ضرایب مدل از جمله P, Q پرداخته گردید. شکل ۷ نمودار خود هم‌بستگی (ACF) حذف تناوب شده و شکل ۸ نمودار خود هم‌بستگی (ACF) بعد از حذف تناوب را ارائه کرده است.



شکل ۶. حذف تناوب فصلی از داده‌ها از طریق معادله درجه یک فصلی



شکل ۷. نمودار خود هم‌بستگی (ACF) بعد از حذف تناوب



شکل ۸. نمودار خود هم‌بستگی جزئی (PACF) بعد از حذف تناوب

با مشاهده شکل ۸ مشخص می‌شود که هنوز یک تناوب فصلی در داده‌ها وجود دارد که آن را با قرار دادن ضریب Q برابر یک می‌توان تحت کنترل گرفت. حال با توجه به بررسی‌های انجام شده مدل‌هایی که می‌توان مورد آزمون قرار داد شامل $SARIMA(1,1,0)(1,1,1)_{12}$ و $SARIMA(1,1,0)(2,1,1)_{12}$ و $SARIMA(1,1,0)(3,1,1)_{12}$ است. پارامترهای آماری برای هر یک از مدل‌های تحقیقی در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول ۲. پارامترهای آماری برای هر یک از مدل‌های تحقیقی

Modelling	Parameter	Coefficient	SE Coefficient	P	T
SARIMA(110)(111)12	AR 1	-۰.۱۳۴۲	۰.۰۸۵۱	۰.۱۱۷	۳.۳۵
	SAR 12	-۰.۰۶۶۳	۰.۱۰۱۶	۰.۵۱۵	-۷.۴۳
	SMA 12	۰.۸۸۲	۰.۰۷۶۴	۰	۱۱.۰۹
	Constant	-۰.۰۰۴۰۶۹	۰.۰۲۳۹۲	۰.۸۶۶	-۰.۱۹
SARIMA(110)(211)12	AR 1	-۰.۱۸۷۷	۰.۰۸۵۶	۰.۰۳	-۲.۱۹
	SAR 12	-۰.۱۱۴۹	۰.۰۹۵۸	۰.۲۳۲	-۱.۲
	SAR 24	-۰.۲۵۹۵	۰.۰۸۹۲	۰.۰۰۴	-۲.۹۱
	SMA 12	۰.۸۷۴۳	۰.۰۷۹۱	۰	۱۱.۰۶
	Constant	-۰.۰۰۱۰۸	۰.۰۲۰۸۱	۰.۹۵۹	-۰.۰۵
SARIMA(110)(311)12	AR 1	-۰.۱۶۵۴	۰.۰۸۵۶	-۱.۹۳	۰.۰۵۵
	SAR 12	-۱.۲۶۶۵	۰.۱۰۶۲	-۱۱.۹۲	۰
	SAR 24	-۰.۲۷۱۹	۰.۱۰۱۴	-۲.۶۸	۰.۰۰۸
	SAR 36	-۰.۳۱۷	۰.۰۹۶	۰.۰۰۱	-۳.۳
	SMA 12	-۰.۹۳۳۹	۰.۰۵۷۴	-۱۶.۲۸	۰
	Constant	-۰.۰۴۲۶	۰.۳۰۰۳	-۰.۱۴	۰.۸۸۷

برای حصول اطمینان بیش‌تر از انتخاب بهترین مدل و صحت‌سنجی از معیارهای ارزیابی خطا استفاده شد. بدین منظور کافی است پیش‌بینی ۱۲ مشاهده آینده با هر مدل را با ۱۲ مشاهده واقعی در همان زمان که در دسترس است معیارهای ارزیابی خطا که شامل میانگین قدر مطلق درصد خطا^۱ (MAPE)، میانگین قدر مطلق انحرافات^۲ (MAD) و میانگین مربعات انحرافات^۳ (MSD) است، مقایسه شود. که برای هر سه مدل تحقیقی به شرح جدول ۳ است.

جدول ۳. مقایسه معیارهای ارزیابی خطا برای مدل‌های تحقیقی

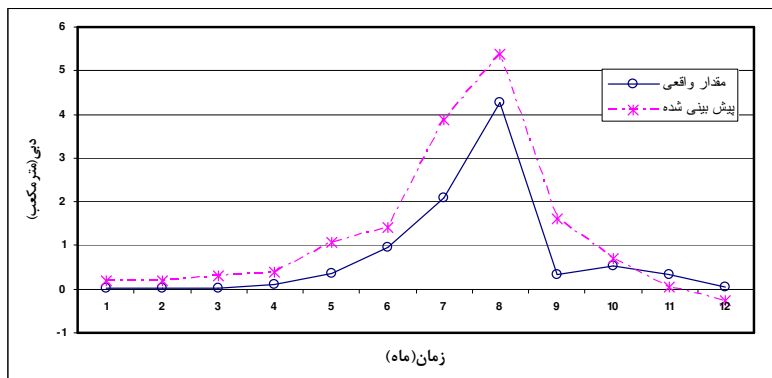
MODEL	MAPE	MAD	MSD
SARIMA (1,1,0)(1,1,1)12	۰.۱۴۰۱	۰.۳	۰.۱۴
SARIMA (1,1,0)(2,1,1)12	۰.۱۳۳۹	۰.۷۶	۰.۶۶
SARIMA (1,1,0)(3,1,1)12	۰.۱۷۰۳	۱.۵۵	۲.۸۳

با توجه به مقادیر معیارهای خطا، بهترین مدل SARIMA (1,1,0)(2,1,1)12 است. شکل ۹ نمودار شماتیکی از ۱۲ ماه پیش‌بینی حاصل از مدل انتخابی و مقایسه با مقادیر واقعی با حد اطمینان ۹۵٪ را ارائه داده است. روش دیگر برای صحت‌سنجی مدل‌های برازش شده، آزمون باقی مانده‌ها است. در این روش اگر ضرایب تعیین شده برای مدل مناسب باشند مدل توانایی الگو کردن تمامی پارامترهای موجود در سری را دارا بوده در این صورت اگر نمودار هم‌بستگی نگار باقی مانده‌های سری زمانی ترسیم شود باید در هیچ یک از تأخیرها ضریب هم‌بستگی خط اطمینان را قطع نکند که همین امر نشان‌دهنده مناسب بودن مدل برازش شده بر سری است. برای صحت‌سنجی و بررسی مدل‌های برازش شده برای باقی مانده‌های هر چهار مدل، نمودار خود هم‌بستگی ترسیم شد که مدل ۱۲(۱،۱،۲)(۰،۱،۱) (SARIMA) در هیچ یک از تأخیرها ضریب هم‌بستگی خط اطمینان را قطع نکرد که در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

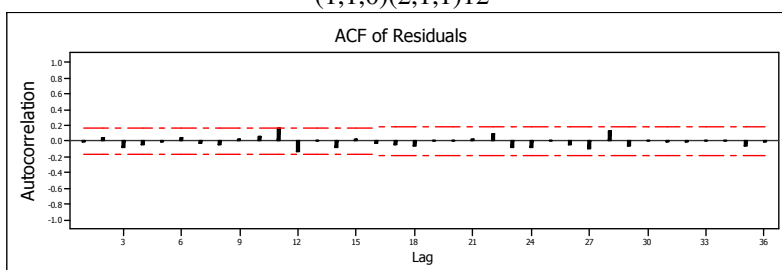
۱. Mean Absolute Percent Error

۲. Mean Absolute Deviation

۳. Mean Square Deviation

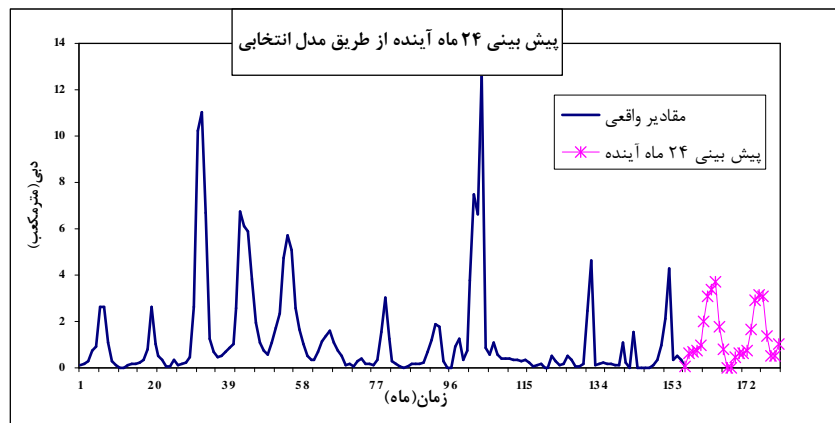


شکل ۹. نمودار داده‌های واقعی، پیش‌بینی و حد اطمینان ۹۵٪ برای مدل SARIMA (1,1,0)(2,1,1)12



شکل ۱۰. نمودار خود هم‌بستگی باقی‌مانده‌های مدل انتخابی SARIMA (1,1,0)(2,1,1)12

برای پیش‌بینی دبی رودخانه سومبار از روی مدل SARIMA (0,1,1)(1,1,2)12 همان‌گونه که از این شکل ۲۴ ماه صورت گرفت که شکل ۱۱ این پیش‌بینی را نشان می‌دهد. همان‌گونه که از این شکل مشخص است روند آینده هیدروگراف رودخانه سومبار نسبت به چند سال اخیر خود حالت صعودی داشته ولی به‌طور کلی یک روند کاهشی از خود نشان می‌دهد. در سال آبی ۸۶ دبی پیک ۳.۵ مترمکعب بر ثانیه و در سال آبی ۸۷ دبی پیک ۳ مترمکعب بر ثانیه پیش‌بینی خواهد بود.



شکل ۱۱. نمودار داده‌های واقعی و پیش‌بینی شده سری زمانی هیدروگراف رودخانه سومبار

نتیجه‌گیری

تشخیص و تعیین صحیح مؤلفه‌ها و ضرایب، اساسی‌ترین بخش مدل‌های باکس-جنکینز است؛ از همین رو در تعیین مؤلفه‌ها و ضرایب، نوع تحلیل و همچنین تبخیر شخص اهمیت بسیار دارد.

بهترین مدل استخراج شده برای پیش‌بینی دبی در سال‌های آتی مدل باکس-جنکینز $SARIMA(0,1,1)(1,1,2)$ است.

صحت مدل از طریق معیارهای ارزیابی خطا تعیین شد. مدل ارائه شده دارای برازش خوب و قابل قبول در محدوده ۹۵ درصد اطمینان است.

با توجه به مدل ارائه شده مربوط به داده‌های سری زمانی رودخانه سومبار، برای پیش‌بینی ۲۴ ماه آینده اقدام شد که در سال آبی ۸۶ دبی پیک ۳.۵ مترمکعب بر ثانیه و در سال آبی ۸۷ دبی پیک ۳ مترمکعب بر ثانیه پیش‌بینی شده است.

منابع

۱. جلالی، ن.، پیش‌بینی جریان ورودی به مخزن سد جیرفت با استفاده از تئوری سری‌های زمانی. ششمین سمینار بین‌المللی مهندسی رودخانه، دانشگاه شهید چمران (۱۳۸۱).
۲. چیت ساران، م.؛ پیش‌بینی هیدروگراف دشت شهرکرد با استفاده از مدل باکس جنکینز. بیست و چهارمین همایش زمین‌شناسی. سازمان زمین‌شناسی (۱۳۸۴).
۳. رئیس، ع.؛ استفاده از روش‌های استوکستیک در مطالعه تغییرات آب و هوایی جنوب ایران. دومین کنفرانس منطقه‌ای تغییر اقلیم، سازمان هواشناسی کشور (۱۳۸۰).
۴. شرکت آب منطقه‌ای خراسان، گزارش تحلیل ریزش‌های جوی و رواناب رودخانه‌های استان در سال آبی ۸۴-۱۳۸۳ (۱۳۸۳).
۵. کرسیک، ن.؛ مدل‌سازی آب‌های زیرزمینی و حل مسائل هیدروژئولوژی، ترجمه دکتر منوچهر چیت‌سازان-حیدر علی کشکولی. انتشارات دانشگاه شهید چمران اهواز (۱۳۸۱).
۶. نیرومند، ح.؛ تحلیل در سری‌های زمانی یک متغیره و چند متغیره. انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد (۱۳۷۶).
۷. هاشمی، ر. جهان‌شاهی، م.؛ تحلیل و پیش‌بینی کل بارندگی ماهانه و سالانه در منطقه تربت حیدریه خراسان. پنجمین سمینار احتمال و فرایند تصادفی، بیرجند (۱۳۸۴).
8. Anderson, T. W. "The statistical Analysis of time series" John Wiley & Sons, NewYork (1971).
9. Ahn, H. "Modeling of groundwater heads based on second order difference time series modelings" J. Hydrology, Vol.234 (2000) 82-94.
10. Brigitte, E. J., M.J.Hendry "application of Harmonic Analysis of water levels to determine vertical Hydraulic conductivities" Ground Water, Vol.41, No.40 (2003) 514-522.
11. Box, G. E. P., And G. M. Jenkins "Time series Analysis: Forecasting and control" Holden-Day, San Francisco (1976).

12. Chow, V. T. "Stochastic Modeling of Watershed Systems" *Advances in Hydroscience* Vol. 11, 1978 (1978)1-93. 52 fig, 9 tab, 37 ref. B-060-ILL (9).
13. Meshkani, M. R. "Forecasting Drought in western provinces of Iran: A time series approach" *Proceeding of the 8th international conference on rainwater catchment systems*, April 25-29, Teheran, I. R. Iran. Vol. (1997) 449-457.
14. Salas, D. J. "Groundwater head sampling based on stochastic analysis" *Water Resources Res.*, Vol. 33, No. 12 (1997).
15. Samani, N., E. Raeissi and A. R. Soltani "Modeling the stochastic behavior of the Fars river" *J. sciences, IRI*, Vol. 5, No. 1-2 (1994) 49-58.