

## بررسی عددی و پارامتریک زمین نرم به‌سازی شده با ستون سنگی مسلح به ژئوگرید

مهدی جلیلی\*، امین زارع؛ دانشگاه آزاد اسلامی، واحد سمنان،  
دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی عمران  
محمد جواد شعبانی؛ دانشگاه خوارزمی، دانشکده فنی مهندسی

تاریخ: دریافت ۹۴/۱۱/۲۵ پذیرش ۹۶/۰۹/۲۶

### چکیده

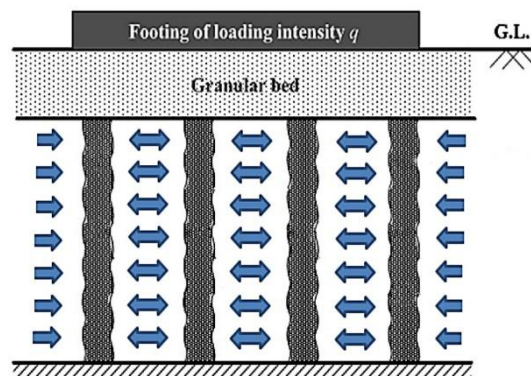
تکنیک‌های مختلفی به‌منظور به‌سازی خاک‌های نرم ارائه شده است. یکی از مناسب‌ترین روش‌ها استفاده از ستون‌های سنگی است. ظرفیت باربری ستون‌های سنگی وابسته به احاطه کردن خاک نرم در یک سلول محیطی است. از این‌رو یکی از روش‌های مورد نیاز برای افزایش تنش دورگیر در ستون‌های سنگی استفاده از روکش‌های ژئوگرید است. در این مقاله، تأثیر روکش‌های ژئوگریدی در بازسازی ستون سنگی و تأثیر پارامترهای مختلف از قبیل درصد جای‌گزینی، طول و سختی عناصر تسلیح در کاهش تغییرشکل زمین و افزایش ظرفیت باربری بررسی شد. هم‌چنین نتایج برای ستون‌های سنگی با و بدون عناصر تسلیح ارائه شده است. به‌منظور تحلیل عددی خاک نرم به‌سازی شده با ستون سنگی از نرم‌افزار PLAXIS 2D استفاده شد. نتایج نشان داد که ظرفیت ستون سنگی با عناصر تسلیح افزایش یافته است. هم‌چنین با افزایش طول و سختی عناصر تسلیح، ظرفیت باربری افزایش می‌یابد. در نهایت یک ضریب نسبت نشست براساس نسبت نشست زمین به‌سازی شده به زمین به‌سازی نشده ارائه شده است. زمین به‌سازی شده با استفاده از ستون سنگی با و بدون عناصر تسلیح باعث کاهش نسبت نشست می‌شود. در نهایت مقدار نسبت نشست حاصل از این بررسی با رابطه ارائه شده پورشاسب و مایرهورف در سال ۱۹۹۷ مقایسه شد.

واژه‌های کلیدی: به‌سازی خاک، ستون سنگی، روکش ژئوگریدی، ظرفیت باربری، نسبت نشست.

\*نویسنده مسئول m.jalili@semnaniau.ac.ir

### مقدمه

مهندسان طراح معمولاً برای انتخاب بهینه نوع شالوده مورد نیاز و طراحی آن از روند تصمیم‌گیری مشخصی پیروی می‌کنند. در این حالت در صورت جواب‌گو نبودن شالوده سطحی برای شرایط پروژه، قبل از تصمیم‌گیری در باره استفاده از شالوده‌های عمیق، باید روش‌های مناسب برای به‌سازی خاک سست بررسی شوند تا مزایا و معایب هریک از نظر کارایی، مشکلات اجرایی و هزینه با شالوده عمیق مقایسه شده و در نهایت نسبت به انتخاب گزینه برتر اقدام کرد. یکی از مناسب‌ترین روش‌های اصلاح خاک استفاده از ستون‌های سنگی است. برای اولین بار در فرانسه (۱۸۳۰) از ستون سنگی برای اصلاح خاک استفاده شد. در آمریکا از ستون سنگی نخستین بار در سال ۱۹۷۲ در چندین پروژه به‌صورت محدود استفاده شد. روش ستون سنگی در کشورهای اروپایی در اوایل دهه ۱۹۶۰ اتخاذ شد و پس از آن با موفقیت استفاده شد. استفاده از ستون‌های سنگی در پروژه‌های ژئوتکنیکی به‌منظور افزایش ظرفیت باربری خاک، کنترل نشست خاک، پایدارسازی شیروانی‌ها، کاهش قابلیت روان‌گرایی خاک و افزایش مقاومت جانبی پی‌ها دارای کاربرد فراوان بوده است. فلسفه استفاده از ستون سنگی زیاد بودن مقاومت برشی مصالح و تأمین قید جانبی به‌وسیله خاک اطراف است. از این‌رو ستون سنگی می‌تواند بار را از سازه دریافت کرده و به لایه‌های مقاوم انتقال دهد. شکل ۱ نحوه انتقال تنش ناشی از بار اعمالی بر ستون سنگی در عمق خاک



شکل ۱. نحوه پخش تنش ناشی از بار اعمالی بر ستون سنگی در عمق خاک

برای اجرای ستون سنگی روش‌های متفاوتی وجود دارد و اکثر آن‌ها بر پایه روش‌های جای‌گزینی و جابجایی هستند. در روش جای‌گزینی که به‌روش تر هم معروف است، خاک محل در یک الگوی خاص با ستون سنگی جای‌گزین می‌شود که برای این کار باید گودال‌هایی را با استفاده از یک میله ارتعاشی همراه با جت آب حفر کرد. در روش جابه‌جایی که به‌روش خشک هم معروف است، خاک محل به‌وسیله یک میله ارتعاشی همراه با هوای فشرده به‌صورت جانبی جابه‌جا می‌شود. زمانی که میله به عمق مورد نظر رسید مصالح سنگی را داخل گودال ریخته شده و با میله ارتعاشی متراکم می‌شود. روش جابه‌جایی برای زمین‌های دارای سطح آب زیرزمینی پایین مناسب است [۲]، [۳].

بسیاری از محققان راه حل‌های تئوری برای تخمین ظرفیت باربری و نشست بسترهای به‌سازی شده با ستون سنگی ارائه داده‌اند [۴]، [۵]، [۶]، [۷]. یک فرضیه همگن‌سازی (خاک بهبود یافته به‌عنوان مصالح همگن با خصوصیات معادل فرض می‌شود) به‌منظور تخمین ظرفیت باربری و نشست به‌وسیله جلالی و همکاران (۲۰۰۵) انجام شده است [۸]. پرایب (۱۹۹۵) روشی برای تخمین نشست فونداسیون‌های قرار گرفته بر شبکه نامحدودی از ستون‌های سنگی بر اساس مفهوم سلول واحد را پیشنهاد داده است. در این مفهوم سلول واحد، خاک اطراف یک ستون سنگی که تحت پوشش یک ستون منفرد است، بسته به فاصله بین ستون‌ها، برای تحلیل در نظر گرفته می‌شود. وقتی که ستون‌ها در یک زمان بارگذاری می‌شوند، فرض می‌شود که تغییرشکل‌های جانبی در خاک روی مرز سلول واحد صفر هست. ضریب بهبود خاک به‌عنوان تابعی از نسبت سطح و زاویه اصطکاک داخلی مصالح ستون استنتاج شده است. به جزء در نزدیکی لبه‌های سطح بارگذاری شده، رفتار همه سلول‌های خاک-ستون مشابه هستند و بنابراین فقط یک سلول خاک-ستون نیاز به تحلیل دارد [۹]. پورشاسب و مایرهوف در سال ۱۹۹۷ بررسی تئوری خاک به‌سازی شده با ستون سنگی را انجام داده و با در نظر گرفتن مصالح الاستیک خطی یک نسبت عملکرد به‌صورت نسبت نشست خاک به‌سازی شده با ستون سنگی به خاک غیر به‌سازی را ارائه دادند [۱۰].

به منظور بررسی تأثیر ستون سنگی مسلح و غیرمسلح با ژئوگرید برای افزایش ظرفیت باربری، کاهش نشست و افزایش پایداری شیروانی‌ها در مطالعات عددی و آزمایشگاهی مختلفی مشاهده گردیده است [۱۱]، [۱۲]، [۱۳]، [۱۴]، [۱۵]. موروگسان و همکارش در سال ۲۰۰۶ یک ارزیابی عددی را بر رفتار ستون‌های سنگی روکش شده به وسیله ژئوستتیک‌ها انجام دادند. این پژوهش نشان داد که ظرفیت باربری و سختی ستون سنگی می‌تواند به وسیله محفظه ژئوستتیک افزایش داده شود. با استفاده از محفظه ستون سنگی، ستون‌های سنگی محدود می‌شوند و تورم جانبی آن کاهش داده می‌شود [۱۶]. امبیلی و همکاران در سال ۲۰۰۷ رفتار ستون‌های سنگی با استفاده از آزمون‌های آزمایشگاهی و مدل‌سازی عددی بررسی کردند. نتایج به دست آمده از مدل‌سازی عددی توافق خوبی با نتایج آزمایشگاهی نشان داد. وقتی یک ستون به تنهایی بارگذاری می‌شود گسیختگی ناشی از شکم‌دادگی ستون تقریباً در ۰/۵ برابر قطر ستون اتفاق می‌افتد هم‌چنین با افزایش فاصله بین ستون، ظرفیت باربری محوری ستون کاهش می‌یابد [۱۷]. زحمتکش و چوب‌بستی در سال ۲۰۱۰ تأثیر قطر و درصد جابه‌جایی و تراکم خاک در اثر اجرای ستون سنگی بر نشست خاک رسی نرم مسلح به ستون سنگی با استفاده از مدل‌سازی عددی بررسی کردند، نتایج نشان داد که با افزایش قطر ستون در یک درصد جابه‌جایی مشخص میزان ضریب کاهش نشست افزایش یافت. هم‌چنین تراکم خاک در اثر اجرای ستون سنگی تأثیر چشم‌گیری بر مقدار ضریب کاهش نشست داشته است [۱۸]. دب و همکاران در سال ۲۰۰۸ و ۲۰۱۱ تحقیقاتی در مورد خاک دانه‌ای مسلح به ژئوستتیک قرار گرفته روی خاک نرم مسلح به ستون سنگی انجام دادند. نتایج نشان داد که با اجرای هم‌زمان ستون سنگی و استفاده از ژئوگرید برای تسلیح خاک ظرفیت باربری و نشست خاک کاهش می‌یابد. هم‌چنین شکم‌دادگی قطر با اجرای ستون سنگی کاهش یافته و حداکثر شکم‌دادگی در عمقی بیش‌تر نسبت به حالت بدون اجرای ژئوگرید قرار گرفته است [۱۹]، [۲۰]. منگفی و همکاران در سال ۲۰۱۶ بستر ماسه‌ای به‌سازی شده با ستون سنگی به‌عنوان پی خاکریز را تحت تحریک لرزه‌ای با استفاده از مدل‌سازی آزمایشگاهی بررسی کردند. در این بررسی مدل‌های آزمایشگاهی تحت تحریک‌های مختلف قرار داده شد. نتایج حاصل از این بررسی نشان داده

است که برای تحریک‌های ورودی با شتاب کم‌تر از  $0.2g$  روان‌گرایی اتفاق نمی‌افتد و میزان نشست بسیار کوچک است. در حالی که برای شتاب بیش از  $0.2g$  روان‌گرایی در پنجه خاکریز مشاهده شده و به‌همراه آن نشست و فشار آب حفره‌ای افزایش یافته است [۲۱].

در خاک‌هایی با مقاومت برشی کم محدودیت جانبی ایجاد شده به‌وسیله خاک اطراف برای جلوگیری از کمانش جانبی ستون تحت بارهای وارده، ناکافی است. از این‌رو برای استفاده از ستون‌های سنگی در این نوع خاک‌ها باید تمهیدات ویژه‌ای در نظر گرفته شود [۲۲]. یکی از این روش‌ها استفاده از قفسه‌های تسلیح مثل ژئوگرید و ژئوتکستایل است.

قضاوی و نظری‌افشار در سال ۲۰۱۳ با استفاده از آزمون‌های آزمایشگاهی و مدل‌سازی عددی تأثیر ستون سنگی مسلح به ژئوستتیک را برای افزایش ظرفیت باربری خاک نرم مورد بررسی قرار دادند. نتایج حاصل از این تحقیق نشان داده که ظرفیت باربری ستون سنگی با تسلیح ستون سنگی افزایش می‌یابد [۲۳]. در سال ۲۰۱۴ حسین‌پور و همکاران تحلیل عددی خاک نرم به‌سازی شده با ستون سنگی مسلح شده با سبد و لایه‌های ژئوستتیک را انجام دادند. نتایج نشان داد که تنش قائم بسیج شده بر ستون سنگی مسلح افزایش یافته و نشست روی خاک نرم کاهش می‌یابد [۲۴]. تانگ و همکاران در سال ۲۰۱۵ بررسی عددی را برای بررسی کاهش زمین به‌سازی شده با ستون‌های سنگی مسلح به ژئوستتیک انجام دادند. نتایج حاصل از این بررسی نشان داد که با افزایش نفوذپذیری ژئوستتیک به بیش از  $0.1 \text{ m/s}$ ، تغییر شکل جانبی زمین روند کاهشی خواهد داشت [۲۵]. حسین‌پور و همکاران در سال ۲۰۱۶ با ساخت خاکریزی روی زمین نرم، تأثیر به‌سازی زمین با استفاده از ستون سنگی مسلح به ژئوتکستایل را بررسی کردند. در این بررسی به دو مدل تمام مقیاس از خاکریز در دو حالت زمین بدون به‌سازی و به‌سازی شده با ستون سنگی توجه شده است. نتایج حاصل از این بررسی نشان داده است که میزان نشست زمین به‌سازی شده با ستون سنگی مسلح کاهش یافته است. هم‌چنین در یک نشست برابر، باربری زمین به‌سازی شده با ستون سنگی مسلح به میزان  $2/5$  برابر زمین بدون به‌سازی شد [۲۶].

با بررسی مطالعات انجام گرفته، خلأ بررسی پارامترهای طراحی از قبیل نسبت نشست زمین به‌سازی شده با ستون سنگی مسلح به ژئوگرید و ارائه نمودارهای طراحی در این زمینه مشهود بوده است. از این‌رو با گسترش پژوهش‌های انجام گرفته به‌وسیله چوب‌بستی و همکاران در سال ۲۰۱۱ [۲۷]، نمودارهای طراحی در این زمینه ارائه شده است. هم‌چنین سعی شده، علاوه بر بررسی پارامترهای مختلف که در مطالعات محققان گذشته ارائه شده است، پارامترهای جدیدی از قبیل تأثیر طول‌های مختلف ژئوگرید بر ظرفیت باربری، نشست، نیروی کشش حلقوی ژئوگرید و انبساط جانبی ستون سنگی بررسی شود. علاوه بر این نسبت تنش به‌وجود آمده در ستون سنگی با استفاده از مسلح‌سازی ارائه شده است.

### مدل‌سازی

به‌منظور مدل‌سازی خاک نرم به‌سازی شده با ستون سنگی از نرم‌افزار Plaxis v8 استفاده گردید. اگر چه نرم‌افزار Plaxis استفاده شده قابلیت به‌کارگیری المان‌های ۶ و ۱۵ گرهی موجود است اما به‌منظور افزایش دقت نتایج در این پژوهش از المان ۱۵ گرهی استفاده شد. المان ۱۵ گرهی المان بسیار دقیقی است که نتایج بهتری را برای مسائل مشکل به‌دست می‌دهد. در مدل‌های ساخته شده برای مسئله مورد تحلیل از مش‌بندی ریز استفاده شد. برای شبیه‌سازی خاک نرم به‌سازی شده با ستون سنگی در یک سلول واحد، مدل‌سازی در یک محیط دوبعدی در شرایط تقارن محوری انجام شد. در این تحقیق فرض شد که فونداسیون صلب روی بستر به‌سازی شده قرار دارد. بنابراین به‌منظور تحلیل مدل شبیه‌سازی شده یک کرنش قائم به‌میزان ۲ درصد ارتفاع لایه خاک نرم بر سطح زمین اعمال شده است [۱۸].

به‌منظور شبیه‌سازی رفتار خاک، باید مدلی مناسب از خاک و پارامترهای متناسب با مصالح به‌هندسه سازه تخصیص داده شود. رفتار غیرخطی تنش-کرنش خاک در سطوح مختلف پیچیدگی مسئله، قابل مدل کردن است. تعداد پارامترهای مدل با سطح گسیختگی مسئله افزایش می‌یابد. به‌منظور شبیه‌سازی دقیق، نیاز به پارامترهای مناسب مصالح است. برای مدل‌سازی خاک نرم و ستون سنگی از مدل الاستیک-پلاستیک با معیار گسیختگی موهر-کولمب استفاده

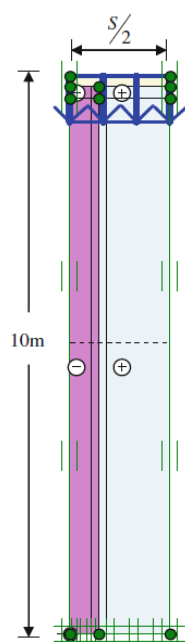
شد. این مدل به ۵ پارامتر اساسی نیاز دارد. این پارامترها شامل مدول الاستیسیته (E)، نسبت پواسون ( $\nu$ )، زاویه اصطکاک داخلی خاک ( $\phi$ )، چسبندگی خاک (c) و زاویه اتساع خاک ( $\psi$ ) هستند. در جدول ۱ مشخصات مصالح استفاده شده آورده شده است. شکل ۲ نمونه‌ای از هندسه مدل‌سازی را نشان می‌دهد. بستر خاکی شامل خاک نرم با ضخامت ۱۰ متر است. ابعاد مربوط به ستون سنگی و فاصله‌های بین آن‌ها بر مبنای ملاحظات کاربردی انتخاب شده‌اند. شایان ذکر است که ارتفاع ستون سنگی ثابت و برابر ۱۰ متر انتخاب شد. در این تحقیق فرض گردیده است که بستر نرم روی یک لایه خاک بسیار سخت قرار گرفته است. از این‌رو از تغییرشکل قائم در این مرز افقی جلوگیری شد. همچنین از تغییرشکل افقی در دو مرز قائم جلوگیری و فقط اجازه تغییرشکل در راستای قائم به آن داده شد. بستر نرم نزدیک به حالت اشباع با عدم حضور سطح آب آزاد معین در نظر گرفته شده است. از آن‌جاکه خاک نرم اساساً در حالت تحکیم نیافته یا تحکیم عادی یافته است، بنابراین تحت بار، خاک نرم در شرایط بحرانی زهکشی نشده عمل می‌کند. از این‌رو در این تحقیق از چسبندگی زهکشی نشده برای منظور کردن مقاومت خاک نرم استفاده شده است [۱۵].

برای مدل‌هایی با ستون سنگی، از المان سطح مشترک بین ستون سنگی و خاک نرم استفاده شده است. دلیل استفاده از این المان این است که گسیختگی ستون سنگی به‌صورت گسیختگی برشی است و به‌همین دلیل تنش برشی چشم‌گیری در سطح مشترک ستون سنگی و خاک نرم به‌وجود می‌آید [۱۸]. مشخصات مقاومت سطح مشترک وابسته به مشخصات مقاومت لایه‌های خاکی است. مشخصه‌های مقاومتی سطح مشترک با اعمال ضریب کاهش مناسب به داده‌های مقاومتی خاک تعیین شده‌اند. مقدار ضریب کاهش مقاومت برای خاک نرم ۰٫۷ در نظر گرفته شد [۲۸]. برای خاک‌های با مقاومت زیاد از ضریب کاهش بزرگ‌تری استفاده می‌شود از این‌رو، مقدار این ضریب برای سطوح مشترک ستون سنگی ۰٫۹ در نظر گرفته شد [۱۸]، [۲۹]. درصد ناحیه جای‌گزینی به‌صورت نسبت کل مساحت مقاطع ستون سنگی به کل مساحت ناحیه غیر به‌سازی تعریف می‌شود. برای ناحیه جای‌گزینی کم‌تر از ۱۰٪ بهبود چشم‌گیری در خواص خاک به‌وجود نمی‌آید [۳۰]. بنابراین در این تحقیق درصد ناحیه جای‌گزینی بین ۱۰ تا

۳۰ درصد که در اجرا استفاده می‌شود به‌ار برده شده است. هم‌چنین در تحلیل‌ها قطر ستون‌های سنگی بین ۰/۶ تا ۱/۲ است.

جدول ۱. پارامترهای استفاده شده در مدل‌سازی

نوع خاک	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	E (kN/m <sup>2</sup> )	$\nu$	c (kN/m <sup>2</sup> )	$\phi$ (°)	$\psi$ (°)	$R_{inter}$
خاک نرم	۱۷	۲۰۰۰	۰/۳۵	۵	۲۱	۰	۰/۷
ستون سنگی	۱۹	۵۵۰۰۰	۰/۳	۰	۴۳	۱۰	۰/۹
ماسه	۱۶	۲۰۰۰۰	۰/۳	۰	۳۰	۴	۰

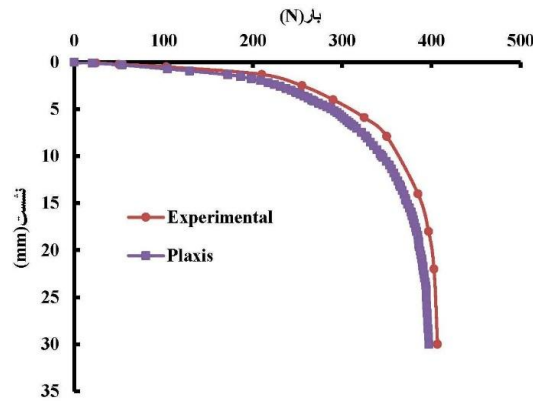
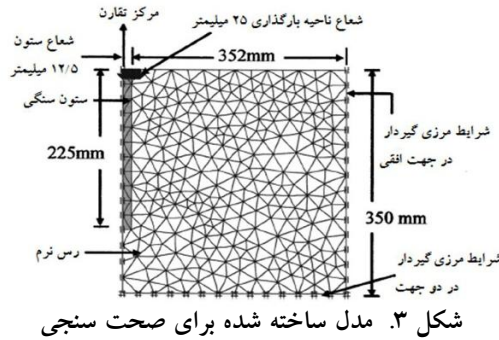


شکل ۲. مدل شبیه‌سازی شده در نرم‌افزار

### صحت‌سنجی مدل

به‌منظور بررسی صحت عمل‌کرد نرم‌افزار در ابتدا مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از مدل‌سازی نمونه‌ای آزمایشگاهی در تحقیقات انجام گرفته [۳۱] و شبیه‌سازی عددی صورت گرفته است.

مدل آزمایشگاهی در محفظه‌ای استوانه‌ای با قطر ۶۵۰ میلی‌متر و ارتفاع ۳۵۰ میلی‌متر برای بستر رسی ساخته شد. ستون سنگی در مرکز بستر رسی با قطر ۲۵ میلی‌متر و ارتفاع ۲۲۵ میلی‌متر ساخته شده و با صفحه‌ای صلب با قطری معادل دو برابر قطر ستون سنگی بارگذاری شد. تحلیل عددی با استفاده از نرم‌افزار Plaxis در شرایط تقارن محوری و با مش‌بندی ریز انجام شد. همچنین برای مدل‌سازی مصالح از مدل رفتاری الاستوپلاستیک استفاده شد. شکل ۳ شماتیکی از مدل را نشان می‌دهد. در جدول ۲ مشخصات مدل ارائه شده است. شکل ۴ منحنی بار-نشست مربوط به تحلیل عددی و نتایج آزمایشگاهی را نشان می‌دهد. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود نتایج حاصل از تحلیل‌های آزمایشگاهی و عددی تا حد زیادی بر هم منطبق هستند که این موضوع بیان‌گر توانایی نرم‌افزار برای شبیه‌سازی مدل رفتاری خاک به‌سازی شده با ستون سنگی است.



شکل ۴. نمودار بار-نشست مدل ساخته شده برای صحت‌سنجی

جدول ۲. پارامترهای مورد استفاده در صحت‌سنجی

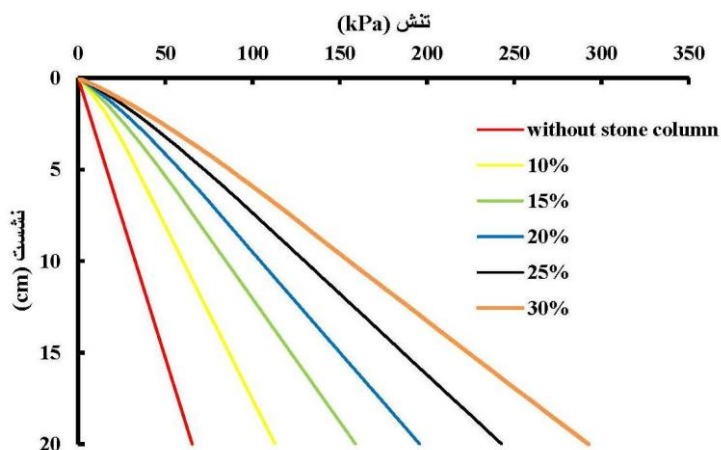
پارامتر	رس	ستون سنگی
$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	۱۷	۱۹
E (kN/m <sup>2</sup> )	۲۰۰۰	۴۵۰۰۰
$\nu$	۰٫۴۵	۰٫۳
c (kN/m <sup>2</sup> )	۲۰	۰
$\phi$ (°)	۰	۳۸

### ارائه نتایج

در این تحقیق برای بررسی عملکرد خاک نرم به‌سازی شده با ستون سنگی مسلح به ژئوگرید با استفاده از نرم‌افزار Plaxis شبیه‌سازی و تحلیل و بررسی شد. بر این اساس پارامترهایی نظیر درصد جای‌گزینی، قطر ستون سنگی، فاصله‌های بین ستون سنگی، طول مسلح‌سازی ستون سنگی و سختی عناصر تسلیح ستون سنگی بر عمل‌کرد خاک نرم به‌سازی شده بررسی و تحلیل شدند. هم‌چنین تأثیر بعضی از این پارامترها روی نسبت ظرفیت باربری و نسبت نشست بررسی شد. در نهایت یک‌سری نمودار طراحی براساس تأثیر عمل‌کرد ستون سنگی روی نسبت نشست ارائه و با تئوری پورشاسب و مایرهوف (۱۹۹۷) و پولکا و همکاران (۲۰۱۱) مقایسه شد.

#### ۱. تأثیر درصد جای‌گزینی‌های مختلف مصالح ستون سنگی با خاک نرم

در اینجا به‌منظور بررسی درصد جای‌گزینی‌های مختلف، از نتایج مربوط به ستون سنگی با  $S = 2\text{ m}$  استفاده شد. نتایج حاصل از این در شکل ۵ نمایش داده شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود با افزایش درصد جای‌گزینی‌های مختلف ستون سنگی با خاک نرم از ۱۰ تا ۳۰ درصد، تنش قابل تحمل به‌میزان چشم‌گیری افزایش یافته است. به‌طور کمی با درصد جای‌گزینی ۱۰ تا ۳۰ درصد، تنش قابل تحمل نسبت به حالت بدون ستون سنگی در نشست ۲۰ سانتی‌متر از ۷۳ درصد تا ۳۴۷ درصد افزایش یافته است.



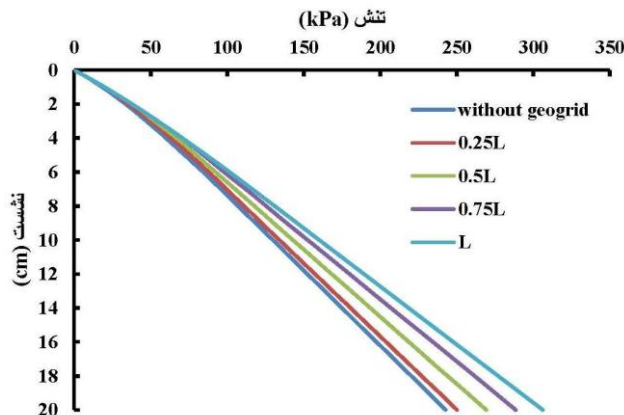
شکل ۵. نمودار تنش - نشست در شرایطی که  $S=2\text{ m}$

## ۲. تأثیر طول‌های مختلف ژئوگرید

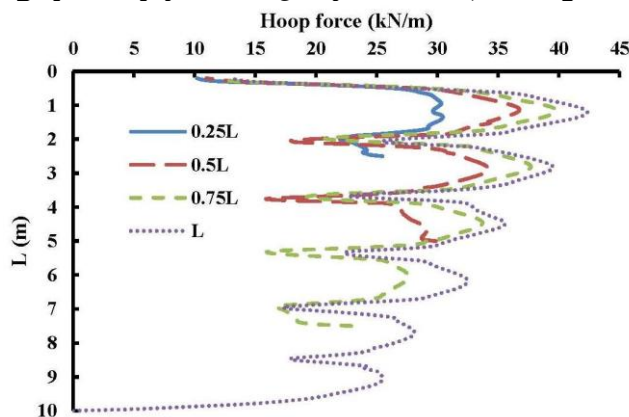
به‌منظور بررسی تأثیر طول‌های مختلف ژئوگرید برای مسلح کردن ستون سنگی بر عمل کرد مجموعه خاک و ستون سنگی در یک سلول از ۴ طول مختلف  $0.25L$ ،  $0.5L$ ،  $0.75L$  و  $L$  استفاده شد. شکل ۶ نمودار تأثیر طول‌های مختلف ژئوگرید را بر تنش قابل تحمل مجموعه ستون سنگی و خاک در یک سلول نشان می‌دهد. این نمودار برای سلول با  $S = 2\text{ m}$  و ژئوگرید با سختی  $EA = 4000\text{ kN/m}$  ارائه شد. دلایل استفاده از طول‌های مختلف ژئوگرید برای تسلیح ستون سنگی عبارتند از: (۱) انبساط جانبی ستون سنگی در فاصله  $2/3 D$  از سطح زمین به‌سازی شده که  $D$  قطر ستون سنگی، (۲) وجود لایه سطحی خاک نرم و کاهش تنش برشی قابل تحمل ستون سنگی در این لایه‌ها. چنان‌که از شکل ۶ ملاحظه می‌شود با افزایش طول ژئوگرید میزان تنش قابل تحمل افزایش می‌یابد. به‌طور کمی با افزایش طول ژئوگرید از  $0.25L$  تا  $L$  میزان تنش قابل تحمل نسبت به حالت بدون مسلح در نشست ۲۰ سانتی‌متر از ۳ تا ۲۶ درصد افزایش یافته است. بنابراین با مسلح کردن تمام طول ستون سنگی بر عمل کرد مجموعه ستون و خاک در سلول تأثیر چشم‌گیری دارد.

در همین راستا تأثیر طول‌های مختلف ژئوگرید بر نیروی کششی حلقوی بررسی شد. نتایج نتیجه از این بررسی در شکل ۷ نشان داده شده است. چنان‌که ملاحظه می‌شود با افزایش طول

ژئوگرید میزان نیروی کششی حلقوی قابل تحمل افزایش یافته و باعث بهبود عملکرد خاک اصلاح شده با ستون سنگی مسلح می‌شود. به‌طور کمی با افزایش طول ژئوگرید از  $0.5L$  تا  $L$  میزان نیروی کششی قابل تحمل در حدود ۴۰ درصد افزایش یافته است.



شکل ۶. نمودار تنش-نشست با استفاده از طول‌های متفاوت ژئوگرید در شرایطی که  $S=2\text{ m}$



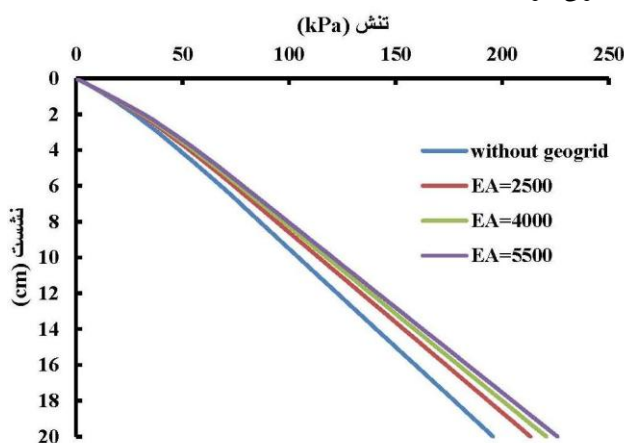
شکل ۷. نمودار نیروهای کششی حلقوی با ژئوگرید با طول‌های مختلف و برای  $EA=4000$  در شرایطی که  $S=2\text{ m}$

### ۳. تأثیر سختی‌های مختلف ژئوگرید

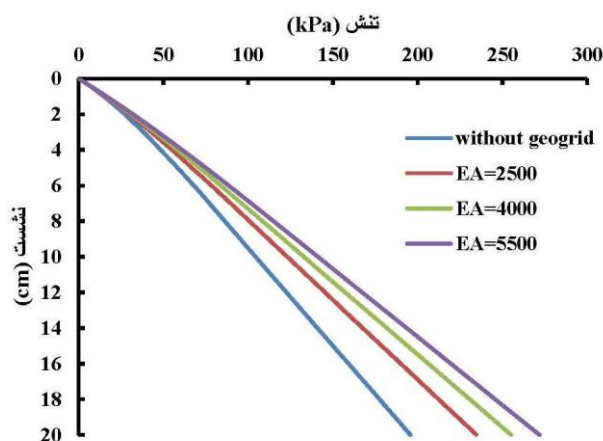
به‌منظور بررسی تأثیر سختی ژئوگرید بر عملکرد خاک به‌سازی شده با ستون سنگی مسلح از ۳ نوع ژئوگرید با سختی‌های ۲۵۰۰، ۴۰۰۰ و ۵۵۰۰ کیلونیوتن بر متر در مدل‌سازی استفاده

گردید. شکل ۸ و ۹ به ترتیب نمودار تنش در مقابل نشست را برای ستون سنگی مسلح به ژئوگرید با طول  $0.5L$  و  $L$  نشان می‌دهد. چنان‌که ملاحظه می‌شود تأثیر افزایش سختی در ستون سنگی مسلح به ژئوگرید با طول  $0.5L$  نسبت به  $L$  کم‌تر است. به طوری‌که با افزایش سختی به میزان  $5500$  کیلونیوتن بر متر در حالت استفاده از  $0.5L$  نسبت به حالت ستون سنگی غیرمسلح، حداکثر تنش قابل تحمل در نشست  $20$  سانتی‌متر بیش از  $15$  درصد افزایش یافته و این مقدار در حالت استفاده از ژئوگرید با طول  $L$  به بیش از  $38$  درصد رسیده است. نمونه‌ای از این نتایج در پژوهش موروگسان و همکاران در سال  $2006$  نشان داده شد [۱۶].

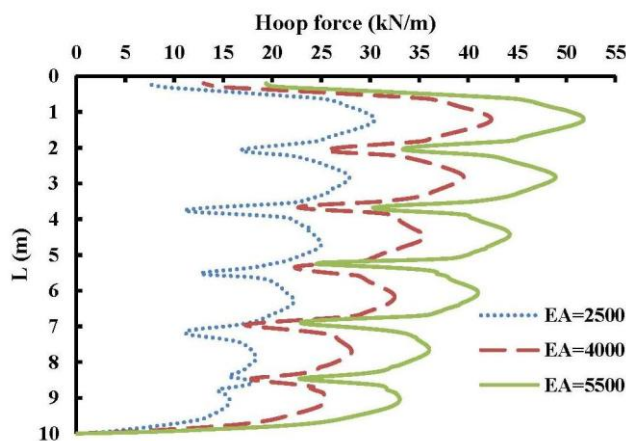
نیروهای کششی حلقوی گسترش یافته در محفظه ژئوگرید مربوط به ستون سنگی با  $S=2$   $m$  مربوط به سه نوع ژئوگرید با سختی‌های متفاوت در شکل ۱۰ نشان داده شده است. نیروی‌های کششی در عمقی تقریباً برابر با قطر ستون سنگی بیش‌ترین مقدار را نشان می‌دهند. چنان‌که مشاهده می‌شود با افزایش سختی ژئوگرید، میزان نیروی کششی حلقوی قابل تحمل افزایش یافته است. هم‌چنین حداکثر نیروی کششی حلقوی قابل تحمل در محدوده بین  $30$  تا  $51$  کیلونیوتن بر متر است. این نیروهای کششی خیلی کم‌تر از مقاومت کششی اکثر ژئوگریدهای تجاری هستند. از این‌رو می‌توان نتیجه گرفت که فرض الاستیک در نظر گرفتن ژئوگرید در مدل‌سازی درست است.



شکل ۸. نمودار تنش - نشست با ژئوگرید به طول  $0.5L$  و برای سختی‌های متفاوت در شرایطی که  $S=2$   $m$



شکل ۹. نمودار تنش - نشست با ژئوگرید به طول  $L$  و سختی‌های متفاوت در شرایطی که  $S=2\text{ m}$

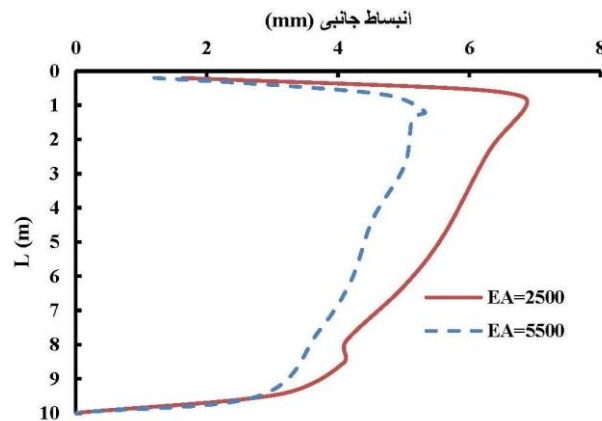


شکل ۱۰. نمودار نیروهای کششی حلقوی با ژئوگرید به طول  $L$  و سختی‌های متفاوت در شرایطی که  $S=2\text{ m}$

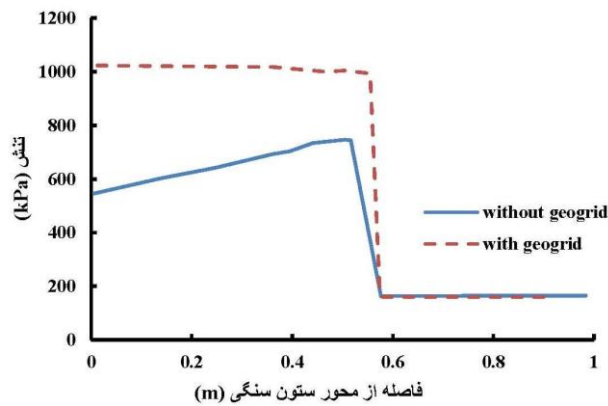
شکل ۱۱ تأثیر سختی ژئوگرید را بر انبساط جانبی ستون سنگی نشان می‌دهد. همان‌طور که از این شکل مشاهده می‌شود با افزایش سختی المان ژئوگرید، انبساط جانبی ستون سنگی کاهش یافته و این باعث افزایش نیروی حلقوی کششی قابل تحمل می‌شود.

شکل ۱۲ تفاوت تنش در مقابل فاصله از محور ستون سنگی در حالت‌های با و بدون ژئوگرید را نشان می‌دهد. این نتایج مربوط به زمین به‌سازی شده با درصد جای‌گزینی ۲۵ و با فاصله ۲ متر بین ستون‌های سنگی ارائه شده است. نتایج حاصل از این بررسی از میانه عمق

لایه به‌سازی شده با ستون سنگی استخراج شده است [۲۷]. سختی ستون سنگی بیش‌تر از خاک نرم است، از این‌رو همان‌طور که مشاهده می‌شود تنش قابل تحمل در ناحیه ستون سنگی بیش‌تر از خاک نرم است. این اختلاف در سطح مشترک ستون سنگی با خاک نرم چشم‌گیر است. هم‌چنین مسلح کردن ستون سنگی، باعث افزایش فشار محصورشدگی ستون سنگی شده که این موضوع موجب افزایش تنش قابل تحمل نسبت به حالت بدون ژئوگرید می‌شود.



شکل ۱۱. نمودار انبساط جانبی ستون سنگی مسلح به ژئوگرید به طول  $L$  در شرایطی که  $S=2$  m

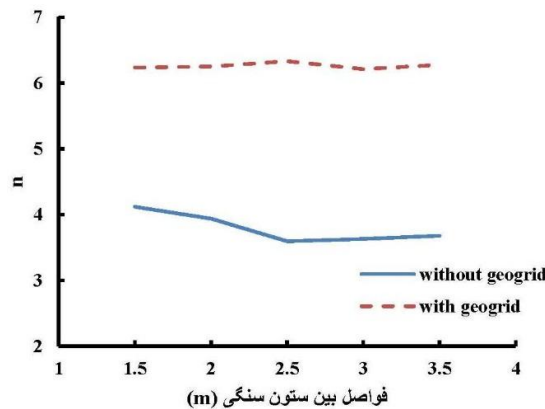


شکل ۱۲. تفاوت تنش در مقابل فاصله از محور ستون سنگی

چنان‌که از شکل ۱۲ مشاهده می‌شود میزان تنش قابل تحمل در محدوده ستون سنگی و قسمت خاک نرم تقریباً یک‌نواخت است. بر این اساس پارامتر نسبت تنش در میانه ارتفاع لایه به‌سازی در دو حالت بدون ژئوگرید و با ژئوگرید بررسی می‌شود. نسبت تنش ( $n$ ) از این رابطه به‌دست می‌آید:

$$n = \frac{\sigma_s}{\sigma_c} \quad (1)$$

که در این رابطه  $\sigma_c$  و  $\sigma_s$  به‌ترتیب تنش در ستون سنگی و تنش در خاک نرم هستند. شکل ۱۳ نسبت تنش در مقابل فواصل مختلف بین ستون‌های سنگی در دو حالت بدون ژئوگرید و با ژئوگرید را نشان می‌دهد. در حالت بدون ژئوگرید با افزایش فاصله نسبت تنش روند کاهشی داشته تا این‌که در فاصله‌های بیش از ۲/۵ متر این نسبت ثابت باقی مانده است. از این‌رو فاصله بیش از ۲/۵ متر روی نسبت تنش بی‌تأثیر است. هم‌چنین مشاهده می‌شود که با مسلح کردن ستون سنگی که باعث افزایش محصور کنندگی ستون سنگی می‌شود، نسبت تنش نسبت به حالت بدون ژئوگرید افزایش چشم‌گیری را نشان می‌دهد. البته شایان ذکر است افزایش فاصله روی نسبت تنش در حالت با ژئوگرید بدون تأثیر است. این موضوع نشان می‌دهد که در شرایط بارگذاری میزان بار جانبی وارده از طرف ستون سنگی به لایه ژئوگرید منتقل می‌شود و این لایه تنش جانبی وارده را تحمل کرده و مانع از اعمال آن به خاک نرم پیرامون ستون سنگی می‌شود.



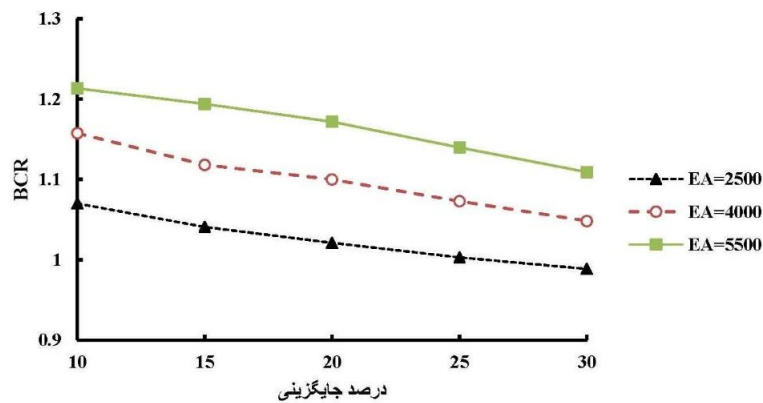
شکل ۱۳. تفاوت نسبت تنش در مقابل درصد جایگزینی‌های مختلف

## ۴. نسبت ظرفیت باربری

می‌توان کارایی محصورسازی ستون سنگی با استفاده از ژئوگرید را با نسبت ظرفیت باربری نهایی خاک نرم به‌سازی شده با ستون مسلح با ژئوگرید  $(Q_u)_{\text{reinforced}}$  به ظرفیت باربری نهایی خاک نرم به‌سازی شده با ستون سنگی  $(Q_u)_{\text{unreinforced}}$  بررسی نمود.

$$BCR = \frac{(Q_u)_{\text{reinforced}}}{(Q_u)_{\text{unreinforced}}} \quad (۲)$$

که در این رابطه BCR نسبت ظرفیت باربری است. طبق نظریه آمبلی<sup>۱</sup> و گندهی<sup>۲</sup> (۲۰۰۷) بار معادل نشست ۰/۱ متر برابر ظرفیت باربری نهایی در نظر گرفته می‌شود [۱۷]. شکل ۱۴ تأثیر ژئوگرید را روی نسبت ظرفیت باربری نشان می‌دهد. چنان‌که ملاحظه می‌شود در یک درصد جای‌گزینی مشاهده می‌شود که تأثیر روکش ژئوگرید روی نسبت ظرفیت باربری با افزایش درصد جای‌گزینی کاهش می‌یابد. از این رو می‌توان نتیجه گرفت که تأثیر روکش ژئوگرید برای مسلح‌سازی ستون سنگی لاغر تأثیر بیش‌تری در مقایسه با ستون‌هایی با قطر بیش‌تر دارد.



شکل ۱۴. نسبت ظرفیت باربری

## ۵. محاسبه نسبت نشست

میزان نشست قائم متوسط یک پی تحت فشار یک‌نواخت را می‌توان از رابطه (۳) به‌دست

آورد [۳۲]:

1 Ambily  
2 Gandhi

$$S_e = \mu_0 \cdot \mu_1 \cdot \frac{q \cdot B}{E} \quad (۳)$$

که در آن فشار یک‌نواخت،  $E$  مدول الاستیسیته خاک،  $B$  عرض پی،  $\mu_1$  و  $\mu_0$  به ترتیب مقادیر وابسته به عمق پی و فاصله بین کف پی تا لایه سخت هستند. از این رو نسبت نشست (SR) در حالت خاک به‌سازی شده به ستون سنگی به حالت بدون ستون سنگی به صورت (۴) تعریف می‌شود:

$$SR = \frac{S_{e \text{ with stone column}}}{S_{e \text{ without stone column}}} \quad (۴)$$

همان‌طور که از شکل‌های تنش-نشست مشاهده شد، رابطه تنش در مقابل نشست تقریباً خطی است. بنابراین می‌توان شیب میانگین این منحنی را مدول یانگ معادل ( $E_{eq}$ ) در حالت زمین با ستون سنگی در نظر گرفت.

$$E_{eq} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (۵)$$

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} \quad (۶)$$

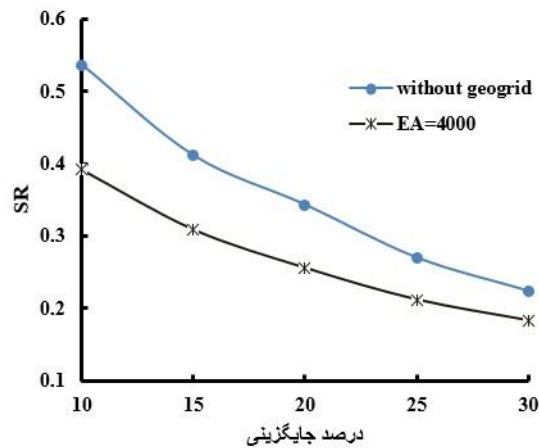
که در این رابطه  $\sigma$  متوسط تنش اعمالی و  $\varepsilon$  کرنش متوسط است. همچنین  $\delta$  تغییر شکل قائم و  $L$  ضخامت بستر خاکی نرم به‌سازی شده است. در نهایت می‌توان نسبت نشست را به صورت (۷) تعریف کرد:

$$SR = \frac{E_0}{E_{eq}} \quad (۷)$$

که در این رابطه  $E_0$  مدول یانگ زمین بدون ستون سنگی است.

شکل ۱۵ تأثیر درصد ناحیه جای‌گزینی روی نسبت نشست را نشان می‌دهد. چنان‌که ملاحظه می‌شود با افزایش درصد ناحیه جای‌گزینی یعنی افزایش مصالح ستون سنگی با خاک نرم، نسبت نشست روند کاهشی را نشان می‌دهد. همچنین با مسلح کردن ستون سنگی مقدار SR کاهش یافته است. می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش محصورسازی ستون سنگی، میزان نشست خاک به‌سازی شده با ستون سنگی مسلح نسبت به حالت غیرمسلح کاهش یافته است. از این رو با توجه به شکل میزان نسبت نشست در حالت استفاده از ژئوگرید با سختی  $kN/m$

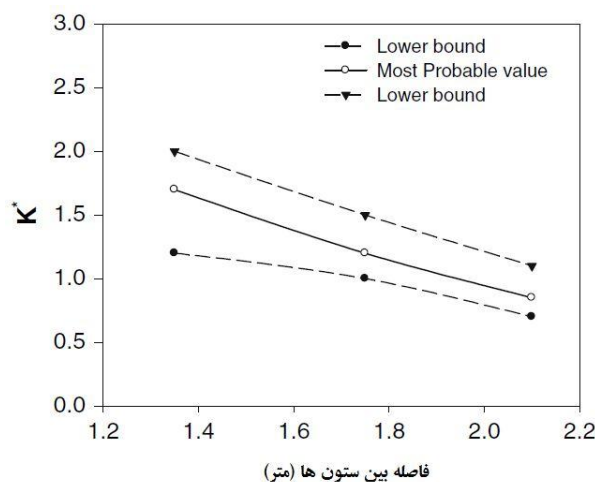
۴۰۰ نسبت به حالت بدون پوشش تسلیح بین ۱۸/۳ تا ۲۶/۸ درصد کاهش بیشتری را نشان داده است.



شکل ۱۵. تأثیر درصد جایگزینی روی نسبت نشست

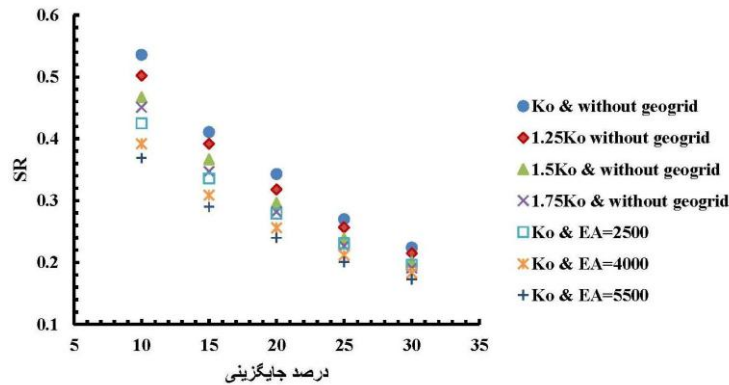
#### ۶. تأثیر افزایش محصورسازی ستون سنگی روی نسبت نشست

روش اجرای ستون سنگی بر عمل‌کرد آن تأثیر می‌گذارد. اجرای ستون سنگی در خاک باعث متراکم شدن خاک اطراف ستون سنگی و به‌نوعی افزایش ضریب فشار جانبی خاک اطراف ستون سنگی می‌شود. قبل از اجرای ستون سنگی ضریب فشار جانبی خاک نرم محل در شرایط سکون ( $k_0$ ) بوده است و مؤلفه افقی تنش در خاک به‌وسیله رابطه  $k_0 \gamma Z$  تعیین می‌شود که در این رابطه  $\gamma$  وزن واحد خاک و  $Z$  عمق مورد نظر است. الشازلی و همکاران در سال ۲۰۰۸ تأثیر اجرای ستون سنگی با فواصل متفاوت بین ستون‌ها بر ضریب فشار جانبی ( $k^*$ ) را بررسی کرده‌اند و نتایج حاصل از این بررسی ارائه نمودار شکل ۱۶ است [۳۳]. همان‌طور که از این نمودار مشاهده می‌شود،  $k^*$  بیش‌تر از ضریب فشار جانبی در حالت سکون است و همچنین با افزایش فاصله بین ستون‌ها که نتیجه آن کاهش نسبت تنش افقی به عمودی است، مقدار  $k^*$  کاهش می‌یابد.



شکل ۱۶. تأثیر  $k^*$  با فواصل بین ستون‌های سنگی [۳۳]

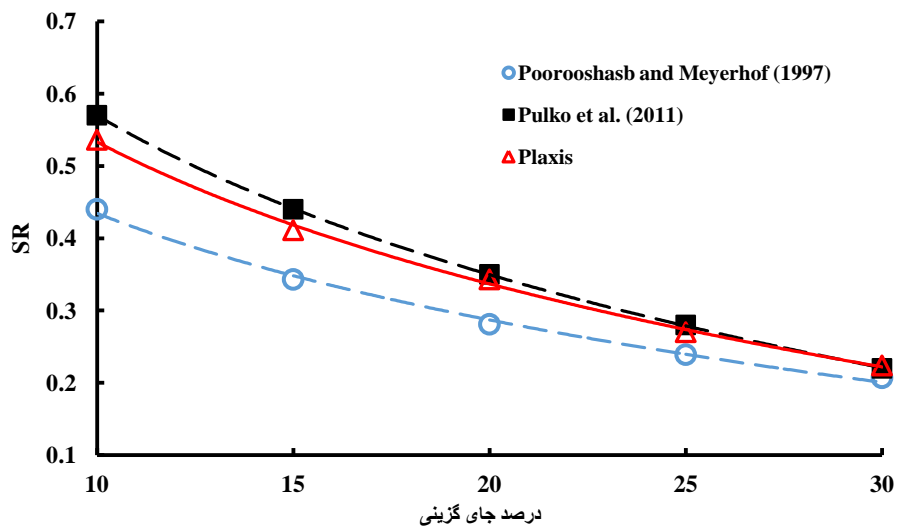
بر اساس مطالب ارائه شده، تأثیر تراکم خاک نرم با اجرای ستون سنگی غیرمسلح شد. برای این بررسی ضریب فشار جانبی  $k_0$ ،  $1/25 k_0$ ،  $1/5 k_0$  و  $1/75 k_0$  به منظور افزایش تراکم خاک اطراف ستون سنگی به خاک نرم اختصاص داده شد. هم‌چنین در شرایط  $k_0$ ، ستون سنگی با استفاده از المان ژئوگرید مسلح شده تا کل نتایج حاصل از تحلیل ارزیابی شود. شکل ۱۷ نتایج حاصل از این بررسی را نشان می‌دهد. از شکل مشاهده می‌شود که با افزایش تراکم خاک اطراف ستون سنگی نسبت نشست افزایش یافته که در نتیجه آن نشست سطح زمین با افزایش تراکم کاهش می‌یابد. از دلایل افزایش نسبت نشست، افزایش محصورسازی ستون سنگی و در نتیجه آن افزایش تنش قائم قابل تحمل است. هم‌چنین با افزایش محصورسازی ستون سنگی با المان‌های ژئوگرید نسبت نشست روند افزایشی را نشان داده است. از نکات قابل توجه این است که روکش ژئوگریدی استفاده شده برای مسلح کردن ستون سنگی در شرایط  $k_0$  باعث افزایش بیش‌تر در  $SR$  نسبت به افزایش تراکم خاک اطراف ستون سنگی (با افزایش  $k_0$ ) شده است. هم‌چنین با افزایش درصد جای‌گزینی مقدار نشست زمین به‌سازی شده کاهش یافته و محدوده کاهش نشست با افزایش درصد جای‌گزینی یا با افزایش قطر ستون سنگی فشرده شده و تفاوت کم‌تری در نتایج مربوط به آنالیزهای مختلف مشاهده می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش قطر ستون سنگی تأثیر تراکم خاک اطراف و المان‌های ژئوگرید بر نسبت نشست کم‌تر است.



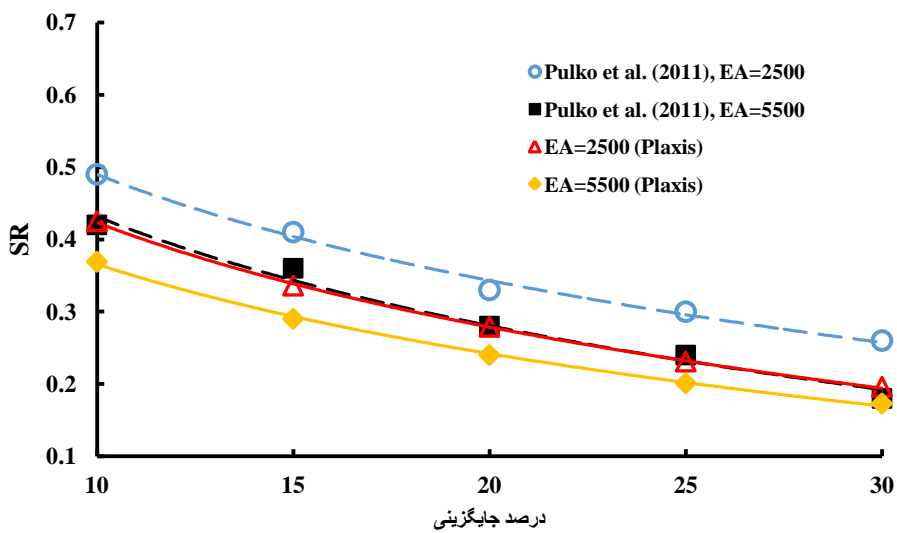
شکل ۱۷. تأثیر افزایش فشار محصورکننده اطراف ستون سنگی روی نسبت نشست

#### ۷. مقایسه نتایج با روابط تئوری

نتایج حاصل از بررسی عددی با روابط تئوری موجود و ارائه شده به‌وسیله پورشاسب و مایرهوف در سال ۱۹۹۷ و پولکا و همکاران در سال ۲۰۱۱ مقایسه شد. شکل ۱۸ مقایسه درصد جای‌گزینی در مقابل نسبت نشست در حالت بدون تسلیح در پژوهش حاضر و روابط تئوری ارائه شده به‌وسیله محققان گذشته را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، اختلافی بین نتایج حاصل از پژوهش حاضر با روابط تئوری ارائه شده پورشاسب (۱۹۹۷) و پولکا و همکاران (۲۰۱۱) مشاهده می‌شود. نسبت نشست ارائه شده به‌وسیله پورشاسب و مایرهوف (۱۹۹۷) با فرض مصالح الاستیک خطی برای ستون سنگی محاسبه شده است و نشست پلاستیک را در نظر نگرفتند. از این‌رو میزان نشست خاک نرم به‌سازی شده با ستون سنگی که پورشاسب و مایرهوف محاسبه کرده‌اند، نشان‌دهنده مقدار واقعی نخواهد بود. اما پولکا و همکاران (۲۰۱۱) با در نظر گرفتن رفتار الاستوپلاستیک مصالح، انبساط جانبی ستون سنگی و تنش اولیه خاک اطراف ستون نتایج واقع‌بینانه‌تری را ارائه کردند که تطابق نزدیکی با پژوهش حاضر دارد [۳۴]. هم‌چنین به‌منظور طراحی ستون سنگی نتایج حاصل از مسلح‌سازی ستون سنگی هم در نمودار ارائه شده در شکل ۱۹ آورده شده است. بنابراین با استفاده از این نمودارها می‌توان برای هر فاصله بین ستون‌ها و با درصد جای‌گزینی‌های مختلف میزان نسبت کاهش نشست را به‌دست آورد.



شکل ۱۸. مقایسه نسبت نشست در حالت بدون تسلیح برای  $S=2$  متر



شکل ۱۹. مقایسه نسبت نشست در حالت با تسلیح برای  $S=2$  متر

### نتیجه‌گیری

با بررسی ادبیات فنی مشاهده شده است که بررسی تأثیر ستون‌های سنگی مسلح به عناصر تسلیح بر خاک نرم و ارائه گراف‌های طراحی بسیار کم بوده است. از این رو با شبیه‌سازی زمین نرم به‌سازی شده با ستون سنگی مسلح به قفسه ژئوگرید، پارامترهای مهم و مختلف تأثیرگذار بر عمل‌کرد خاک به‌سازی شده بررسی و تحلیل شده است. اهم نتایج حاصل از این بررسی بدین صورت ارائه شده است:

۱. با افزایش درصد جای‌گزینی مصالح سنگی با خاک نرم و همچنین با مسلح‌سازی ستون‌های سنگی تنش قابل تحمل در یک نشست معین افزایش می‌یابد. همچنین در شرایط زمین به‌سازی شده با ستون سنگی مسلح نسبت به حالت غیرمسلح، تنش قابل تحمل زمین افزایش می‌یابد. به‌طور کمی با افزایش درصد جای‌گزینی از ۱۰ تا ۳۰ درصد نسبت به حالت غیربه‌سازی تنش قابل تحمل در نشست ۲۰ سانتی‌متر به میزان ۷۴ تا ۳۵۰ درصد افزایش را نشان می‌دهد.
۲. افزایش طول و سختی المان‌های ژئوگرید ستون‌های سنگی مسلح، باعث افزایش نیروی کشش حلقوی شده است. همچنین با افزایش سختی کششی ژئوگرید، انبساط جانبی ستون‌های سنگی کاهش می‌یابد. افزایش طول ژئوگرید از 0.5L تا L حداکثر نیروی کشش حلقوی را به میزان ۴۰ درصد افزایش می‌دهد.
۳. مسلح کردن ستون‌های سنگی با المان‌های ژئوگرید باعث افزایش تنش موجود در ستون نسبت به حالت غیرمسلح شده است. در این حالت در مرز مشترک بین ستون و خاک نرم، استفاده از المان ژئوگرید باعث افزایش ۳۵ درصدی تنش موجود در ستون سنگی می‌شود.
۴. محصورسازی ستون سنگی با المان‌های ژئوگرید، ظرفیت باربری زمین به‌سازی شده را افزایش می‌دهد. با بررسی نتایج و با محصورسازی ستون سنگی با المان‌های مختلف ژئوگرید ظرفیت باربری تا حدود ۲۱ درصد افزایش می‌یابد.
۵. به‌منظور بررسی نشست زمین یک پارامتر بدون بعد نسبت نشست (SR) معرفی شد که برابر با نسبت نشست زمین به‌سازی شده به زمین به‌سازی نشده است. نتایج حاصل از

بررسی نشان داد که با افزایش درصد جای‌گزینی، افزایش محصورسازی ستون سنگی با المان‌های ژئوگرید و با افزایش سختی المان‌های ژئوگرید، نسبت نشست روند کاهشی را نشان داده است. بنابراین به‌سازی خاک نرم با استفاده از ستون‌های سنگی مسلح به ژئوگرید نسبت به زمین غیربه‌سازی نشست کم‌تری را منتج می‌شود. هم‌چنین با افزایش قطر ستون سنگی، تأثیرات مسلح‌سازی کاهش می‌یابد.

### منابع

1. Barksdale R. D., Bachus R. C., "Design and construction of stone column", FHWA/RD-December (1983).
2. Lee J. S., Pande G. N. "Analysis of stone column reinforced foundations", Int J Numer Anal Meth Geomech (1998) 22:1001–1020.
3. Mokhtari M., Kalantari B., "Soft soil stabilization using stone columns-A Review", Department of civil engineering, University of Hormozgan, Bandar Abbas, Iran (2012).
4. Hughes J. M. O., Withers N. J., Greenwood D. A., "A field trial of reinforcing effect of stone column in soil", Proc., Ground Treatment by Deep Compaction, Institution of Civil Engineers, London (1976) 32-44.
5. Madhav M. R., Vitkar P. P., "Strip footing on weak clay stabilized with a granular trench or pile", Can.Geotech. J (1978) 15(4) 605-609.
6. Aboshi H., Ichimoto E., Harada K., Emoki M., "The composer-A method to improve the characteristics of soft clays by inclusion of large diameter sand columns", Proc., Int. Conf. on Soil Reinforcement (1979) E.N.P.C., 1, Paris 211-216.

7. Greenwood D. A., "Mechanical improvement of soils below ground surfaces", Proc., Ground Engineering Conf., Institution of Civil Engineers, London (1970) 11-22.
8. Jellali B., Bouassida M., De Buhan P., "A homogenization method for estimating the bearing capacity of soils reinforced by stone columns", Int. J. Numer. Analyt. Meth. Geomech (2005) 29(10) 989-1004.
9. Priebe H. J., "The design of vibro replacement", Ground Eng (1995) 28(12) 31-37.
10. Poorooshab H. B., Meyerhof G. G., "Analysis of behavior of stone columns and lime columns", comput geotech 20 (1) (1997) 47-70.
11. McCabe B. A., McNeill J. A., Black J. A., "Ground Improvement Using the Vibro-Stone Column Technique", The Institution of Engineers of Ireland (2007).
12. Isaac D. S., "Suitability of Different Materials for Stone Column Construction", M. Tech Thesis, College of engineering Trivandrum (2009).
13. Gniel J., Bouazza A., "Improvement of soft soils using geogrid encased stone columns", Geotextiles and Geomembranes 27 (2009) 167-175.
14. Halabian A. M., Naeemifar I., Hashemolhosseini S. H., "Numerical analysis of vertically loaded rammed aggregate piers and pier groups", Ground Improvement (2012) 167-181.

۱۵. شعبانی م. ج.، روشن‌ضمیر م. ع.، "بررسی عددی پایداری شیروانی ماسه‌ای روی رس نرم به‌سازی شده با ستون سنگی"، مجله علمی و پژوهشی شریف، دوره ۳۲.۲، شماره ۳.۲ (۱۳۹۵) ۱۲۵-۱۳۲.

16. Murugesan s., Rajagopal k., "Geosynthetic-encased stone columns: Numerical evaluation", *Geotextiles and Geomembranes* 24 (2006) 349-358.
17. Ambily A. P., Grandhi S. R., "Behavior of stone columns based on experimental and FEM analysis", *J Geotech Geoenviron Eng ASCE* (2007) 133(4) 405-415.
18. Zahmatkesh A., Choobbasti A. J., "Settlement evaluation of soft clay reinforced with stone columns using the equivalent secant modulus", *Arab J Geosci*, 5 (2010) 103-109.
19. Deb K., Chandra S., Basudhar P. K., "Response of multilayer geosynthetic-reinforced bed resting on soft soil with stone columns", *Computers and Geotechnics*, 35 (2008) 323-330.
20. Deb K., Samadhiya N. K., Namdeo J. B., "Laboratory model studies on unreinforced and geofrid-reinforced sand bed over stone column-improved soft clay", *Geotextiles and Geomembranes*, 29 (2011) 190-196.
21. Mengfei Q., Xie Q., Cao X., Zhao W., He J., and Jin J., "Model test of stone columns as liquefaction countermeasure in sandy soils", *Frontiers of Structural and Civil Engineering* 10, No. 4 (2016) 481-487.
22. Gniel J., Abdelmalek Bouazza A., "Improvement of soft soils using geogrid encased stone columns", *Geotextiles and Geomembranes* 27.3 (2009) 167-175.
23. Ghazavi M., Nazari Afshar J., "Bearing capacity of geosynthetic encased stone columns", *Geotextiles and Geomembranes* (2013) 1-11.

24. Hosseinpour I., Riccio M., Almeida M. S. S., "Numerical evaluation of a granular column reinforced by geosynthetics using encasement and laminated disks", *Geotextiles and Geomembranes* 42 (2014) 363-373.
25. Tang L., Cong S., Ling X., Lu, J., Elgamal A., "Numerical study on ground improvement for liquefaction mitigation using stone columns encased with geosynthetics", *Geotextiles and Geomembranes* (2015) 1-6.
26. Hosseinpour I., Almeida M., and Riccio M., "Ground improvement of soft soil by geotextile-encased columns", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Ground Improvement* 169, no. 4 (2016) 297-305.
27. Choobbasti A. J., Zahmatkesh A., Noorzad R., "Performance of Stone Columns in Soft Clay: Numerical Evaluation", *Geotech Geol Eng.* 29 (2011) 675-684.
28. Cooper M. R., Rose A. N., "Stone column support for an embankment on deep alluvial soils", *Proceedings of the institution of civil engineers-geotechnical engineering* (1999) 137(1) 15-25.
29. Brinkgreve R. B., Vermeer P. A., "Plaxis-finite element code for soil and rocks analysis", Version 8. Rotterdam Brookfield: AA. Balkema (1998).
30. Hu W., Wood D. M., Steward W., "Ground improvement using stone column foundation: results of model tests", *Proc. Int. Conf. on Ground Improvement techniques, Macau* (1997) 247-256.
31. Narasimha Rao S., Madhiyan M., Prasad Y. V. S. N., "Influence of bearing area on the behavior of stone columns", *Proc., Indian Geotech. Conf., Calcutta, India* (1992) 235-237.

32. Christian J. T, Carrier W. D., Janbu Bjerrum and Kjaernsli's chart reinterpreted. Canadian Geotechnical Journal, 15 (1978) 123-128.
33. Elshazly H., Elkasabgy M., Elleboudy A., "Effect of Inter-Column Spacing on Soil Stresses due to Vibro-Installed Stone Columns: Interesting Findings", Geotech Geol Eng. 26 (2008) 225-236.
34. Pulko B., Majes B., & Logar J., "Geosynthetic-encased stone columns: analytical calculation model", Geotextiles and Geomembranes, 29 (1) (2011) 29-39.