تعیین اندیس کار باند با استفاده از پارامترهای فیزیکی-مکانیکی سنگ به‌روش سطح پاسخ

عارف علی‌پور، مجتبی مختاریان اصل؛
دانشگاه صنعتی ارومیه، دانشکدهٔ معدن

تاریخ: دریافت ٩٦/٠٦/٣١ پذیرش ٩٧/٠٨/١٢

چکیده

بخش اعظم انرژی مصرفی در کارخانه‌های فرآوری مواد معدنی و تولید سیمان، اختصاص به انرژی مصرفی آسیای مواد معدنی خام و کلینیکر دارد. به‌طور عمده کاهش انرژی مصرفی خردایش و آسیا در بهینه‌سازی آسیا مدنظر قرار می‌گیرد. به‌دلیل وجود بانک داده‌های متعدد در یک قرن گذشته، آسیای آزمایشگاهی باند به‌عنوان مبنای بزرگ‌مقیاس‌سازی و بهینه‌سازی آسیاهای صنعتی به‌کار گرفته شده است. با توجه به پیچیده و وقت‌گیر بودن آزمون باند، اندیس کار مربوط به آن و اهمیت موضوع، در این مقالهٔ به توسعهٔ مدلی کارا به‌منظور ارائهٔ تخمینی از انرژی مصرفی آسیای باند در هفت نمونه سنگ مختلف و بر مبنای پارامترهای فیزیکی-مکانیکی سنگ توجه شده است. از آن‌جاکه اندازه‌گیری پارامترهای فیزیکی-مکانیکی در فازهای ابتدایی پروژه‌های معدنی مرسوم و از سادگی لازم برخوردار است، ارائهٔ مدل مناسب تخمین انرژی خردایش مبتنی بر این پارامترها حائز اهمیت است؛ از این‌رو با استناد به داده‌های اندازه‌گیری شده مربوط به آزمایش‌های مقاومت فشاری تک‌محوره سنگ، مدول الاستیسیته، شاخص سختی و سایش سنگ و با استفاده از روش سطح پاسخ ارتباط بین این پارامترها در قالب متغیر مستقل و اندیس کار باند در قالب متغیر وابسته بررسی شده و در نهایت مدل مناسب با حداکثر دقت (ضریب همبستگی برابر با یک) بدست آمده است.

واژه‌های کلیدی: انرژی مصرفی آسیا، اندیس کار باند، روش سطح پاسخ.

*نویسنده مسئول a.alipour@mie.uut.ac.ir

مقدمه

با توجه به این‌که مباحث مدیریت و ممیزی انرژی در سال‌های اخیر در اولویت قرار گرفته است، توجه ویژه‌ای به بهینه‌سازی و اصلاح مدارهای خردایش صورت می‌گیرد. بخش اعظم انرژی مصرفی در کارخانه‌های فرآوری مواد معدنی و تولید سیمان، اختصاص به انرژی مصرفی آسیای مواد معدنی خام و کلینیکر دارد. هنگامی که سخن از طراحی و بهینه‌سازی آسیا به میان می‌آید، به‌طور عمده کاهش انرژی مصرفی خردایش و آسیا مدنظر است.

اندیس کار باند[1] (kWh/sht) مبنای رایجی برای طراحی آسیاها در مقیاس صنعتی به‌شمار می‌رود، در واقع تحلیل نتایج آزمون اندیس کار آسیای گلوله‌ای باند ١٩٦١ به‌همراه تلفیق آن با دامنهٔ ابعادی ورودی و خروجی آسیا و اعمال تصحیحات لازم و استفاده از اطلاعات مکمل طی سالیان گذشته به‌کرات به‌منظور طراحی، بهینه‌سازی و پیش‌بینی انرژی مصرفی در آسیاهای صنعتی به‌کار رفته است [١]. هرچند در طی سال‌های اخیر استفاده از مدل‌های تحلیلی، عددی، آزمایشگاهی و تلفیقی مختلف گسترش یافته، اما هم‌چنان به‌دلیل وجود بانک گسترده اطلاعاتی مربوط به BWI و گزارش تجربیات موفق حاصل از به‌کارگیری آن، طراحی مبتنی بر BWI هم‌چنان گزینهٔ جذابی به‌شمار می‌رود. در واقع در طی ٧٠ سال گذشته BWI به‌عنوان یک گزینهٔ مهم طراحی بوده و اطلاعات ارزشمندی از فرآیند آسیاکنی در دسترس محققان قرار می‌دهد.

در مهندسی خردایش تعیین BWI به‌صورت مستقیم سخت، پیچیده و زمان‌بر است و با روش‌های غیرمستقیم، نظیر استفاده از آزمون‌های شکست ضربه‌ای و سایشی قابل محاسبه است [٢]. ارتباط بین اندیس‌های ضربه و سایش با اندیس کار استاندارد باند اولین بار به‌وسیلهٔ پژوهش‌گران استرالیایی بررسی و منجر به ارائهٔ روابط مربوط شده است [٣].

HGI[2] یکی دیگر از روش‌های ساده آزمایشگاهی تعیین قابلیت خردایش است که بیش‌تر به‌عنوان روش مختص به زغال‌سنگ محسوب می‌شود، در یک مورد بررسی شده مربوط به انجام آزمایش‌های HGI و BWI که روی تعدادی نمونه‌سنگ بوکسیتی انجام شده، نتایج حاکی از نزدیکی قابل قبول خروجی هر دو آزمایش در تعیین قابلیت خردایش این سنگ

1. Bond Work Index (BWI)
2. Hardgrove Grindability Index (HGI)

دارد [٤]. در پژوهش دیگری شاخص سختی ویکرز[1] به‌عنوان یک روش غیرمستقیم دیگر تخمین‌گر BWI استفاده شده که نتایج آن هم‌خوانی مناسبی با کانی‌های شکننده و ترد دارد [٥]. در سال‌های اخیر روش آسیاکنی انحصاری ساده و کوتاهی با استفاده از سه آسیا نیز توسعه داده شده که نتایج آن نزدیک به‌روش BWI است [٦]. در یک بررسی دیگر، رفتارنگاری سینیتیک خردایش آسیای باند، منجر به ارائه فرمول‌هایی شده که بین پارامترهای خردایش و پارمترهای رابطهٔ پیشنهادی باند ارتباط برقرار کرده است، مطابق ادعای نویسندگان میزان خطای تخمین BWI استاندارد با این روابط کم‌تر از سه درصد بوده است [٧]. با توجه به تمایلات روزافزون به استفاده از انرژی های نو، در یک بررسی جالب به قابلیت خردایش و آسیاکنی زیست توده‌ها[2] توجه شده است، نتایج بررسی مؤید برتری روش پیشنهادی BWI نسبت به HGI در پیش‌بینی قابلیت خردایش زیست‌توده‌ها است [٨]. استفاده از سینیتیک خردایش مرتبه اول مربوط به آسیای باند، راه‌کار مطرح دیگری به‌منظور تعیین BWI بوده است؛ در تعدادی نمونه سنگ آهک و آندزیت هم‌بستگی مناسبی بین نتایج روش پیشنهادی و BWI مشاهده شده است [٩]. در یک تحقیق مجزا، آزمایش شکست ضربه‌ای وزنه افتان و آزمایش سایش آسیای گردان آزمایشگاهی بروی تعدادی نمونه‌سنگ مربوط به معدن آهن چغارت انجام گرفته که اختلاف بین نتایج این آزمایش‌های غیرمستقیم و اندیس کار باند استاندارد در حدود چهار درصد است [١٠].

تاکنون روش جامع و غیرمستقیم تعیین اندیس کار باند که مبتنی بر پارامترهای فیزیکی-مکانیکی سنگ باشد، ارائه نشده است. با توجه به پیچیده و وقت‌گیر بودن آزمون باند و اهمیت موضوع، در این مقاله، به قابلیت روش سطح پاسخ برای ارائهٔ مدلی جامع به‌منظور ارائهٔ تخمینی از انرژی مصرفی آسیای باند در هفت نمونه‌سنگ مختلف و بر مبنای پارامترهای فیزیکی-مکانیکی این سنگ‌ها توجه شده است.

اندیس کار باند

در سال ۱۹۵۲، باند معادله‌ای ارائه کرد که با عنوان تئوری خردایش باند معروف شده

1. Vickers Hardness (VH)
2. Biomass

است. برای محاسبهٔ اندیس کار باند، سرند مشخصی (اندازه برحسب میکرون) که ۸۰٪ مواد از آن اندازه عبور کرده، و مبین اندازه ذرات است را در نظر می‌گیریم، قطری که ۸۰٪ محصول آسیا از آن عبور می‌کند با P و قطر سرندی که ۸۰٪ خوراک نیز از آن عبور می کند، با F نشان داده می‌شود. به این ترتیب، بر اساس معادلهٔ پیشنهادی باند، کار ورودی برحسب کیلووات ساعت بر تن کوچک، W، از رابطهٔ (۱) به دست می آید:

$$W = 10W_i\left[\left(\frac{1}{P^{0.5}}\right)-\left(\frac{1}{F^{0.5}}\right)\right] \quad (1)$$

در معادلهٔ (۱)، W_i اندیس کار باند نامیده می‌شود. اندیس کار باند بیان‌گر شاخص کمی مقاومت کانسنگ در برابر سنگ‌شکنی و آسیاکنی است و عبارت است از: کار لازم برحسب کیلووات ساعت بر تن کوچک، برای خرد کردن خوراکی با اندازه F بی‌نهایت، به‌منظور تولید محصول خروجی P برابر ۱۰۰ میکرون [۱۱].

آزمایش‌های استاندارد آسیای گلوله‌ای و میله‌ای باند برای به‌دست آوردن مقدار اندیس کار باند کانسنگ‌های مختلف، تعیین اندازه آسیا، تعیین توان مورد نیاز، حداکثر اندازه گلوله یا میله و ترکیب آن در شروع به کار آسیاها در مقیاس صنعتی انجام می‌گیرد تا مقیاسی از قابلیت خردایش کانسنگ های مختلف به‌دست آید. در شکل ۱ تصویری از یک آسیای باند گلوله‌ای به‌همراه توصیف مربوط به‌نحوهٔ آزمایش باند ارائه شده است [۱۰].

در روش استاندارد باند، به‌منظور تعیین اندیس کار با آسیای گلوله‌ای، ۱۵ کیلوگرم نمونهٔ معرف که ابعاد ذرات بزرگ‌تر از ۳/۳۵ میلی‌متر است با سنگ‌شکنی تا ابعاد کوچک‌تر از ۳/۳۵ (٦ مش) خرد می‌شود. اولین آزمایش آسیاکنی با انتخاب تعداد دور دلخواه آغاز می‌شود. در مراحل بعدی، تعداد دور آسیا به‌نحوی محاسبه می‌شود که به‌تدریج باردرگردش ۲۵۰ درصد تولید شود. آسیاکنی به‌همین روال ادامه می‌یابد تا این‌که در سه سیکل خردایش نهایی، زیرسرندی تولید شده در هر دور آسیا ثابت شود، بنابراین در این روش با انجام حدود ۷ تا ۱۰ سیکل خردایش، باردرگردش ۲۵۰ درصد حاصل می‌شود. زیرسرندی سرند کنترل مربوط به آخرین آزمایش، تجزیه سرندی می‌شود، و در نهایت اندیس کار آسیای گلوله‌ای آزمایشگاهی به‌کمک معادله باند محاسبه می‌شود.

شکل ۱. تصویری از آسیای باند گلوله ای

آزمایش‌های شاخص فیزیکی-مکانیکی سنگ

در تحقیق حاضر به‌منظور مرتبط ساختن پارامترهای فیزیکی-مکانیکی سنگ به اندیس کار باند، از داده‌های آزمایش‌های انجام‌گرفته مرجع [۱۲] استفاده شده و مقایسه‌ای بین نتایج تخمین مدل‌های مرجع مذکور و مدل جدید مبتنی بر روش سطح پاسخ صورت گرفته است، از این‌رو توضیحات مقتضی به نقل از مراجع معتبر در این بخش ارائه می‌شود. از مهم‌ترین خواص مکانیکی سنگ‌ها می‌توان به ویژگی‌های مقاومتی و تغییر شکل‌پذیری سنگ اشاره کرد.

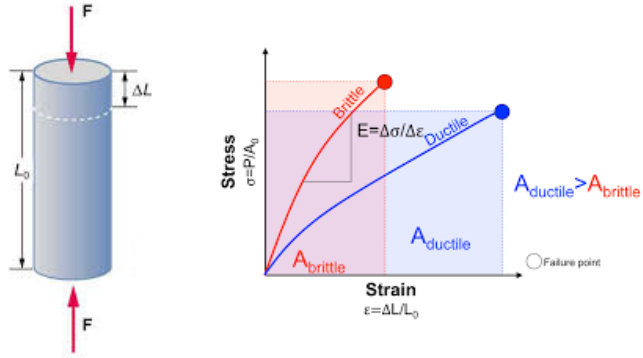
مقاومت فشاری تک محوره سنگ

آزمایش مقاومت فشاری تک‌محوری عمدتاً به‌عنوان شاخصی برای مقایسهٔ سنگ‌ها شناخته می‌شود. برای اندازه‌گیری مقاومت تک‌محورهٔ سنگ‌ها، نمونه‌های استوانه‌ای به‌صورت محوری تحت فشار قرار می‌گیرد. نمونه‌ها می‌توانند تحت فشار، تغییر شکل‌پذیر داشته باشند و یا به‌صورت شکننده بشکنند. در اکثر موارد سنگ به‌صورت شکننده مقاومت خود را از دست می‌دهد، تنش متناسب با نقطهٔ شکست مبین مقاومت فشاری یا استحکام تسلیم آن سنگ است. استاندارد به‌کار گرفته شده در تحقیق حاضر مطابق با ASTM D7012 - 14e1 و ISRM D 3148-72 است.

مدول الاستیسیته

مدول الاستیسیته سنگ سالم به نسبت تنش به کرنش در پایین‌تر از استحکام تسلیم یا

مقاومت فشاری سنگ گفته می‌شود، در این حالت قانون هوک صادق بوده و مدول الاستیک ثابت است. در واقع مدول الاستیسیته برابر است با نسبت تنش بر کرنش ایجاد شده به‌واسطهٔ تنش وارده بر سنگ در حالتی که سنگ در ناحیهٔ الاستیک قرار گرفته باشد [۱۳]. در شکل ۲ شماتیکی از اجرای آزمایش مقاومت فشاری تک‌محوره سنگ و برآورد مدول الاستیسیته مبتنی بر نمودار تنش-کرنش مربوط به نمونه آزمایشگاهی سنگی نشان داده شده است. استاندارد به‌کار گرفته شده در تحقیق حاضر مطابق با ASTM D7012 - 14e1 و ISRM 72 D 3148- است.



شکل ۲. شماتیکی از اجرای آزمایش مقاومت فشاری تک محوره سنگ و برآورد مدول الاستیسیته مبتنی بر نمودار تنش-کرنش

سختی و آزمایش‌های مربوط

مقاومت یک مادهٔ جامد در برابر یک فرورونده را اصطلاحاً سختی می‌نامند. سختی موس به‌عنوان ساده‌ترین شاخص سختی در کانی‌شناسی و سنگ‌شناسی مطرح است [۱٤]. سختی روزیوال به‌عنوان یک شاخص پیشرفته‌تر در این حوزه مطرح است، در تریبولوژی شاخص‌های سختی نظیر راکول، ویکرز و برینل مطرح هستند. در مورد مطالعاتی این تحقیق نیز از آزمون راکول به‌منظور تعیین سختی نمونه‌های مختلف سنگی استفاده شده است. ابزار نفوذ راکول هم به‌صورت ساچمه‌ای و هم به‌صورت سوزنی وجود دارد. راکول بر سه نوع است: راکول A که نیروی ٦۰ کیلوگرم را اعمال می‌کند؛ راکول B که نیروی ۱۰۰ کیلوگرم را اعمال می‌کند، و راکول C که نیروی ۱۵۰ کیلوگرم را اعمال می‌کند؛ اساس کار اغلب این دستگاه‌ها مربوط به اثرگذاری آن بروی سطح فلز است. در ماشین راکول، یک قطعه نافذ

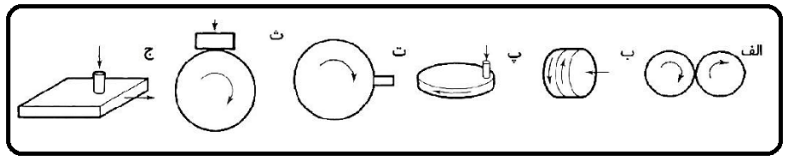
کوچک از جنس الماس که نوک آن مخروطی- کروی است، با نیروی مشخص روی سطح کار، فشار داده می‌شود. این مخروط الماسی که راس آن کمی گرد است، به نام سنبه بریل نامیده می‌شود. در این آزمون برای سنجش سختی مواد مختلف از بارها و سنبه‌های متفاوتی استفاده می‌شود. اندازهٔ اثر باقی‌مانده روی سطح قطعهٔ آزمایشگاهی مبنایی برای محاسبه سختی قطعه کار بر حسب مقیاس راکول C(HRC) است. چون سختی راکول به بار و سنبه بستگی دارد، تعیین ترکیب بار و سنبه استفاده شده ضروری است. هنگامی که یک سنبه تحت تاثیر نیرو به درون سنگ فشرده می‌شود، هر دو نوع کرنش الاستیک و پلاستیک در این ماده به‌وجود می‌آید. سختی، مقاومت سنگ در برابر تغییر شکل پلاستیک است. بنابراین در آزمایش راکول از طریق اعمال یک نیروی جزئی (کم) و یک نیروی کلی (زیاد) شرایط مورد انتظار حاصل می‌شود [۱۵].

در مورد پژوهشی حاضر و مطابق استاندارد ASTM E 18-07، بسته به نوع سنگ منتخب نیروی نفوذ لازم اعمال شده است. نمونه‌هایی در ابعاد ۲cm×۱۰cm×۱۰cm به‌منظور انجام آزمون پولیش‌کاری شده، سطح این نمونه‌ها به ۱۶ قسمت تقسیم و سختی نمونه در این ۱۶ بخش اندازه‌گیری شده است. نیروی نفوذ اعمالی اولیه معادل ۱۰ کیلوگرم در نظر گرفته می‌شود، هم‌چنین نیروی ثانویه معادل ۵۲/۵ کیلوگرم برای سنگ‌های نرم نظیر: کائولینیت، گرانودیوریت و بوکسیت کیلوگرم اعمال می‌شود. برای سنگ‌های سخت نظیر: مگنتیت، فلدسپار، گرانیت و کوارتز نیز مقدار ۱۸۷/۵ کیلوگرم بر هر یک از نمونه‌ها اعمال می‌شود [۱۲].

سایش و آزمایش‌های مربوط

سایش را می‌توان به‌صورت از دست رفتن و زدوده شدن مداوم مواد از سطح جسم جامد در اثر کنش‌های مکانیکی مانند تماس و حرکت نسبی میان دو جسم تعریف کرد. ظرفیت سایش سنگ ناشی از ویژگی‌های سنگ‌شناسی و مکانیک سنگی است. ترکیب کانی‌شناسی، اندازه و شکل دانه‌ها، ساختار میکروسکوپی مواد، نحوهٔ اتصالات بین دانه‌ای (خواص مقاومتی) بر ظرفیت سایش سنگ‌ها اثرگذارند [۱۶]. ظرفیت سایش سنگ‌های مختلف در برابر ابزار برنده به‌وسیلهٔ نرخ سایش بیان می‌شود، و معمولاً به‌صورت حجم یا وزن ساییده-

شده قابل اندازه‌گیری است. با این‌که آزمایش‌های زیادی در این راستا و به‌منظور ارزیابی ظرفیت سایش توسعه یافته‌اند اما نتایج حاصل به‌شدت وابسته به شرایط و ساز و کار آزمایش‌اند. آزمایش‌های کوچک مقیاس مبتنی بر تعیین سختی، متوسط مقیاس مبتنی بر ادوات ساده و آزمایش‌های بزرگ مقیاس در این راستا قابل اجرا هستند. در این آزمایش‌ها بر مشخصات سنگ‌شناسی و فیزیکی–مکانیکی تاکید شده است. در مدل‌های آزمایشگاهی، ترکیب‌های آزمایش بسیار متفاوتی برای مطالعهٔ سایش استفاده شده‌اند. در شکل ۳ ترکیب‌های هندسی معمول در این آزمایش‌ها نشان داده شده است [۱۷]. ترکیب رینگ بروی رینگ، دیسک بروی دیسک، پین بروی دیسک، پین بروی محیط پیرامونی دیسک، قرار دادن بلوک روی دیسک دوار یا قرار دادن پین بروی سطح صاف، گویای تنوع ست‌آپ‌های مختلفی از انواع بارگذاری منجر به سایش هستند. در تمامی این موارد، تماس روی سطحی با اندازهٔ اسمی مشخص، یا یک خط و یا یک نقطه انجام می‌گیرد. در حالت کلی در اثر حرکت یک جز یا اجزا، اجزائی نظیر پین، بلوک یا رینگ تحت تاثیر حرکت نمونه قرار گرفته و نرخ سایش روی آن اندازه‌گیری می‌شود [۱۸].



شکل ۳. ترکیب‌های هندسی مختلف مورد استفاده در آزمایش‌های سایش [۱۷]

بر مبنای ترکیب‌های هندسی اشاره شده آزمایش‌های مختلفی به‌منظور اندازه‌گیری سایش توسعه یافته‌اند. سیستم آزمایشی NTNU، آزمایش سرشار، آزمایش برش روی دستگاه فرز، آزمایش شیمازک، آزمایش پین روی دیسک، آزمایش اره، آزمایش تعدیل شده تی‌بر، آزمایش سایش مغزه، روش‌های پترولوزیکی، آزمایش مکعب فولادی و آزمایش LCPC انواع مختلفی از این آزمایش‌ها را تشکیل می‌دهند. فارغ از ویژگی‌های ذاتی سنگ، تشابه ساز و کار آزمایش با فرآیند سایشی در شرایط واقعی حایز اهمیت است. از آن‌جاکه این آزمایش‌های متعدد برای اهداف متفاوتی که صرفاً در مسئلهٔ سایش دارای اشتراک هستند، طراحی شده‌اند، از این‌رو، هیچ‌یک جامعیت ندارند. برخلاف آزمایش‌هایی نظیر مقاومت فشاری و کششی سنگ که

به‌عنوان شاخص مناسبی از ویژگی خاص سنگ به‌شمار می‌روند، در حوزهٔ ارزیابی سختی و سایش نقصان قابل حس است. با اینحال به‌دلیل استفاده از نتایج آزمون سایش سنگ مربوط به استاندارد ASTM D2-33 و مرجع [۱۲] در تحقیق حاضر، بررسی این مرجع به‌منظور حصول اطلاعات تکمیلی پیشنهاد می‌شود.

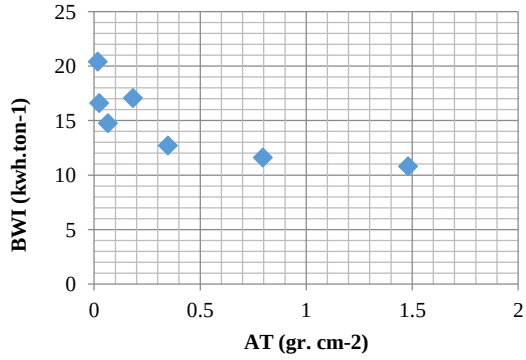
مورد بررسی شده

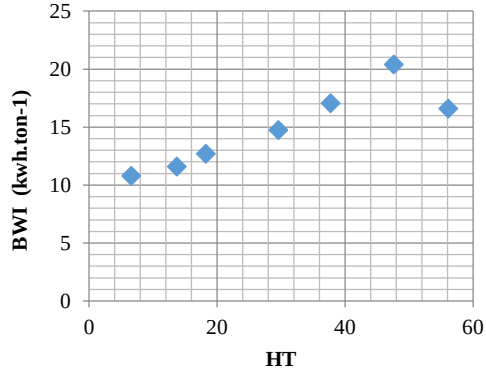
در جدول ۱ نتایج آزمایش‌های مختلف صورت‌گرفته روی هفت نوع کانسنگ مختلف ذکر شده است؛ این آزمون‌ها شامل: مقاومت فشاری تک‌محوره سنگ، سایش، سختی، مدول الاستیسیته و اندیس کار باند می‌شود. در شکل ٤ نیز نمودار مربوط به تک‌تک پارامترهای فیزیکی-مکانیکی در مقابل اندیس کار باند ترسیم شده است. هرچند وجود ارتباط غیرخطی در شکل ٤ قابل تشخیص است، با اینحال به‌منظور ارائهٔ مدلی دقیق و کارا نیاز به تحلیل چند متغیره ضروری است. لازم به ذکر است که تحلیل‌های تک متغیره غیرخطی صورت گرفته در بخش‌های آتی به‌منظور مقایسه استفاده می‌شود. نمادهای استفاده شده رای پارامترهای مورد بحث از این قرارند: UCS نماد مقاومت فشاری تک محوره، AT نماد آزمون سایش [۱]، HT نماد آزمون سختی[۲] و ME نماد مدول الاستیسیته[۳] در نظر گرفته شده و BWI نیز نماد اندیس کار باند[٤] تعیین می‌شود.

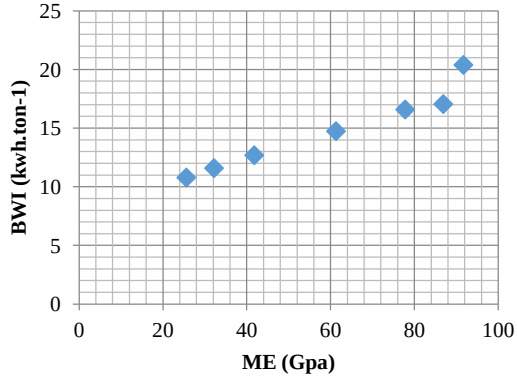
جدول ۱. نتایج آزمایش‌های مختلف صورت گرفته بروی سنگ‌های مختلف

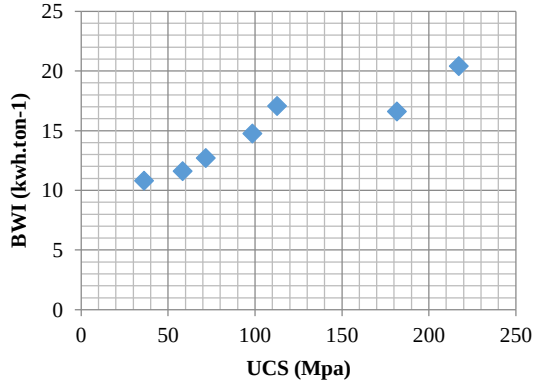
نوع سنگ	UCS (MPa)	AT (gr. cm^{-2})	HT	ME (GPa)	BWI (kW-h.ton^{-1})
بوکسیت	۳٦/۱۰	۱/٤۸۰	٦/۵۹	۲۵/٦۰	۱۰/۸۰
کائولینیت	۵۸/۳۰	۰/۷۹۵	۱۳/۷۱	۳۲/۲۰	۱۱/٦۰
گرانودیوریت	۷۱/٦۰	۰/۳٤۷	۱۸/۲۵	٤۱/۸۰	۱۲/۷۰
مگنتیت	۹۸/٤۰	۰/۰٦٤	۲۹/۵۹	٦۱/۳۰	۱٤/۷۵
فلدسپار	۱۱۲/٦۰	۰/۱۸۲	۳۷/۷۵	۸٦/۹۰	۱۷/۰٦
گرانیت	۲۱۷/۱۰	۰/۰۱٦	٤۷/٦۳	۹۱/۷۰	۲۰/٤۰
کوارتز	۱۸۱/۵۰	۰/۰۲۳	۵٦/۱۵	۷۷/۸۰	۱٦/٦۰

1. Abrasion
2. Hardness
3. Modulus of elasticity
4. Bond's work index


BWI (kwh.ton-1)
AT (gr. cm-2)
0
5
10
15
20
25
0
0.5
1
1.5
2


BWI (kwh.ton-1)
HT
0
5
10
15
20
25
0
20
40
60


BWI (kwh.ton-1)
ME (Gpa)
0
5
10
15
20
25
0
20
40
60
80
100



شکل ٤- نمودار مربوط به ارتباط پارامترهای فیزیکی-مکانیکی با اندیس کار باند استاندارد

جدول ۱. نتایج آزمایش‌های مختلف صورت گرفته بروی سنگ‌های مختلف

مدل تخمین اندیس کار باند مبتنی بر روش سطح پاسخ

روش سطح پاسخ (RSM[1]) مجموعه‌ایی از تکنیک‌های آماری و ریاضی است که برای تعیین رابطهٔ بین پاسخ و متغیرهای مستقل استفاده می‌شود. واژهٔ سطح پاسخ برای این متدولوژی برگرفته از شمای گرافیکی آن است [۱۹]. RSM در مسائلی کاربرد دارد که پاسخ مد نظر به‌وسیلهٔ چندین متغیر تحت تأثیر قرار می‌گیرد یا مکانیسم‌های دخیل در پاسخ به‌خوبی مشخص نشده‌اند و اطلاعات موجود در مورد سیستم بسیار کم است یا میان متغیرها بر هم کنش وجود داشته و پاسخ غیرخطی است [۲۰]. رابطهٔ کلی بین پاسخ و متغیرهای مستقل طبق رابطهٔ (۲) قابل بیان است [۲۱]

$$\eta = f\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right) + \varepsilon \qquad (۲)$$

که در رابطهٔ (۲)، η پاسخ مدنظر، f تابع ناشناخته پاسخ، $x_1, x_2, \ldots, x_n$ متغیرهای مستقل، n تعداد متعیرهای مستقل و ε خطای آماری هستند. به‌طور معمول در پژوهش‌های انجام شده با روش سطح پاسخ، از مدل درجهٔ دوم برای پیش‌بینی پاسخ استفاده شده است که در این حالت رابطهٔ (۲) به‌صورت (۳) قابل بیان است.

1. Response Surface Method (RSM)

$$y = (b_0 + \varepsilon) + \sum_{i=1}^{n} b_i x_i + \sum_{i=1}^{n} b_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} b_{ij} x_i x_j \quad (۳)$$

که در رابطهٔ (۳) b_0 عرض از مبدا مدل، ε خطای استاندارد، bi ضرایب مدل پاسخ، xi عبارات خطی برای هر متغیر، x_i^2 عبارات مرتبهٔ دوم هر متغیر و $x_i x_j$ عبارات مرتبهٔ اول اندرکنش هر جفت از متغیرها هستند.

به‌طورکلی فرآیند بهینه‌سازی به‌وسیلهٔ RSM به سه مرحله قابل تقسیم است، این مراحل عبارتند از:

۱. تعیین متغیرهای مستقل و بازهٔ تغییرات آن‌ها
۲. توسعه و اعتبارسنجی مدل ریاضی
۳. رسم نمودارهای دو یا سه‌بعدی سطح پاسخ به‌صورت تابعی از پارامترهای مستقل و تعیین نقاط بهینه

روش سطح پاسخ علاوه بر این‌که در طراحی آزمایش کاربرد وسیعی دارد، می‌توان از آن برای تعیین مدل ریاضی برای داده‌های تاریخی ثبت شده از چندین متغیر مستقل و وابسته نیز استفاده کرد، که در این تحقیق از کاربرد اخیر روش سطح پاسخ برای مدل‌سازی و پیش‌بینی اندیس کار باند استفاده شده است.

با توجه به این‌که پارامترهای دخیل در مدل‌سازی ریاضی از لحاظ ابعادی و دامنهٔ تغییرات متفاوت هستند، تجزیهٔ رگرسیونی روی داده‌های اولیه به‌صورت خام قابل انجام نیست. بنابراین پیش از انجام تجزیه باید پارامترهای دخیل کدبندی شوند. با انجام کدبندی هر پارامتر در بازهٔ ۱ تا ۱- نگاشته شده و بدون بعد می‌شود. به‌طور معمول برای کدبندی پارامترها از رابطهٔ (٤) استفاده می‌شود.

$$x_{coded} = \frac{x_i - (x_{\max} + x_{\min})/2}{(x_{\max} - x_{\min})/2} \quad (٤)$$

در رابطهٔ (٤) x_{coded} مقدار کدبندی شده، x_i مقدار اولیه، x_{min} حداقل مقدار و x_{max} حداکثر مقدار پارامتر مد نظر هستند.

بعد از کدبندی پارامترها، تحلیل رگرسیونی انجام می‌شود. برای تعیین ضرایب مدل

رگرسیون از روش حداقل مربعات خطا استفاده می‌شود، که از تکنیک‌های رگرسیون چندگانه و چند متغیره است. با توجه با این‌که رفتار پاسخ مدل ناشناخته است؛ باید دقت برازش مدل بررسی شود. برای ارزیابی کفایت مدل، تکنیک‌های مختلفی وجود دارند. تعدادی از این تکنیک‌ها شامل مجموع مربع‌های خطای پیش‌بینی، آزمون ضعف برازش[1] و ضریب تعیین[2] (R^2) هستند [۲۱].

در تحقیق حاضر مقاومت فشاری تک‌محوره (UCS : A)، آزمون سایش (AT:B)، آزمون سختی (HT:C) و مدول الاستیسیته (ME:D) به‌عنوان متغیرهای مستقل در نظر گرفته شده و متغیر وابسته یا به‌عبارتی پاسخ مدل، اندیس کار باند (BWI:Y) است. برای پیش‌بینی پاسخ مدل‌های خطی و 2f بررسی شد که نتیجه آزمون‌های آماری برای هر مدل در جدول ۲ جمع‌بندی شده است. تجزیه و تحلیل‌های مربوط به روش سطح پاسخ به‌وسیلهٔ نرم‌افزار Design-Expert 10.0.4 انجام شده است.

جدول ۲. آنالیز دقت مدل‌های مختلف در تعیین پاسخ بررسی شده

منبع	مجموع مربعات	درجه آزادی	میانگین مربعات
میانگین	$۱/۰۹۸\times۱۰^{-۶}$	۱	$۱/۰۹۸ \times۱۰^{-۶}$
خطی	$۳/۸۰۲\times۱۰^{-۸}$	٤	$۹/۵۰۵\times۱۰^{-۸}$
2f	$۲/۷۱۸\times۱۰^{-۱}$	۲	$۱/۳۵۹\times۱۰^{-۱}$
باقیمانده	صفر	صفر	صفر
کل	$۱/٤۷۸\times۱۰^{-۶}$	۷	$۲/۱۱۲\times۱۰^{-۷}$

با توجه به نتایج ارائه شده در جدول ۲ مدل 2f برای پیش‌بینی پاسخ در نظر گرفته شد که حالت کلی آن به‌صورت رابطهٔ (۵) قابل بیان است.

$$y = (b_0 + \varepsilon) + \sum_{i=1}^{4} b_i x_i + \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=i+1}^{4} b_{ij} x_i x_j \qquad (۵)$$

در تعیین مدل نهایی پاسخ (معادله (۵)) عبارات کم اهمیت با توجه به معیار p-value > 0.1 از رابطهٔ درجهٔ دوم حذف شده‌اند. نتایج تجزیهٔ واریانس[3] (ANOVA) برای پاسخ مدنظر (نرخ تولید) در جدول ۳ خلاصه شده است.

1 Lack of fit
2 Coefficient of determination
3. Analysis of variance

جدول ۳. نتایج تجزیهٔ واریانس برای مدل درجهٔ دوم

پارامتر	مجموع مربعات	df	میانگین مربعات	مقدار F	مقدار p
Model	۳/۸۰۵×۱۰$^{-۷}$	۵	۷/۶۱۰×۱۰$^{-۸}$	۹/۳۲۸×۱۰$^{+۸}$	<۰/۰۰۰۱
A-UCS	۱/۳۵۰×۱۰$^{-۱۰}$	۱	۱/۳۵۰×۱۰$^{-۱۰}$	۱/٦٥٤×۱۰$^{+۸}$	۰/۰۰۰۵
۹/۳۲۸×۱۰$^{+۸}$	۱/۷۳٤×۱۰$^{-۹}$	۱	۱/۷۳٤×۱۰$^{-۹}$	۲/۱۲٦×۱۰$^{+۸}$	۰/۰۰۰۱
C-HT	۱/۸۳٦×۱۰$^{-۱۰}$	۱	۱/۸۳٦×۱۰$^{-۱۰}$	۲/۲٥۰×۱۰$^{+۸}$	۰/۰۰۰٤
D-ME	۲/۱۱۸×۱۰$^{-۸}$	۱	۲/۱۱۸×۱۰$^{-۸}$	۲/٥۷۹×۱۰$^{+۸}$	<۰/۰۰۰۱
AB	۲/۷۱۸×۱۰$^{-۱۰}$	۱	۲/۷۱۸×۱۰$^{-۱۰}$	۳/۳۳۱×۱۰$^{+۸}$	۰/۰۰۰۳
Residual	۸/۱٥۸×۱۰$^{-۱۷}$	۱	۸/۱٥۸×۱۰$^{-۱۷}$		
Cor Total	۳/۸۰٥×۱۰$^{-۷}$	٦			

با توجه نتایج ANOVA مقدار F-value مدل برابر با ۹۳۲۷٥٤۳٤۸/۷۸ است که مؤید معنی‌داری مدل است و تنها ۰/۰۱ درصد شانس وجود دارد که مقدار F ناشی از نویز[1] باشد. در مدل ارائه شده عباراتی که p-value کوچک‌تر از ۰/۰٥ دارند، در تعیین پاسخ با اهمیت هستند، بنابراین تمامی عبارات (A, B, C, D & AB) پر اهمیت هستند. مدل پاسخ حاصل رگرسیون براساس پارامترهای کدبندی شده و حقیقی (خام) به‌ترتیب طبق رابطه‌های (٦) و (۷) بیان می‌شوند که در آن‌ها اندیس کار باند به‌عنوان تابعی از متغیرهای مستقل فیزیکی-مکانیکی سنگ است.

$$(BWI)^{-3} = +5.4216\times10^{-4} + 6.7340\times10^{-5}A + 2.3060\times10^{-4}B + 2.7535\times10^{-5}C - 1.9754\times10^{-4}D + 8.1593\times10^{-5}AB \quad (٦)$$

$$(BWI)^{-3} = +6.4466\times10^{-4} - 1.7720\times10^{-7}UCS + 1.5910\times10^{-4}AT + 1.1101\times10^{-6}HT - 5.9770\times10^{-6}ME + 1.2317\times10^{-6}UCS\times AT \quad (۷)$$

به‌منظور بررسی کفایت مدل پاسخ از تعدادی مشخصهٔ آماری استفاده می‌شود که برخی از آن‌ها برای مدل نهایی پاسخ در جدول ٤ ارائه شده است. با توجه به جدول ٤ مقدار انحراف استاندارد خطای بسیار کوچک (۹/۰۳۲ E$^{-۹}$) بیان‌گر دقت بسیار زیاد مدل تخمین است.

1. Noise

هرچه مقدار ضریب تعیین یا ضریب رگرسیون (R^2) به ۱ نزدیک‌تر باشد، ارتباط بهتری بین داده‌های ثبت شده و محاسبه شده از مدل وجود دارد، که این مقدار برای مدل پاسخ بسط-یافته دقیقاً برابر ۱ است. ضریب تعیین تعدیل شده (R^2_{Adj}) حاصل از تأثیر واقعی متغیرهای مستقل بر مدل پاسخ است و هرچه تفاوت میان R^2 و R^2_{Adj} کم‌تر باشد، مؤید انتخاب صحیح متغیرهای مستقل است. در مدل پاسخ بسط‌یافته اختلافی بین این دو کمیت آماری وجود ندارد. در نهایت کفایت دقت نسبت سیگنال به نویز را اندازه‌گیری می‌کنند که نسبت بزرگ‌تر از ٤ قابل قبول است. برای مدل پیشنهادی، نسبت سیگنال به نویز برابر با ۸۰۸٤٤/۲٤۳ است که نشان‌دهندهٔ زیاد بودن مقدار سیگنال نسبت به نویز است.

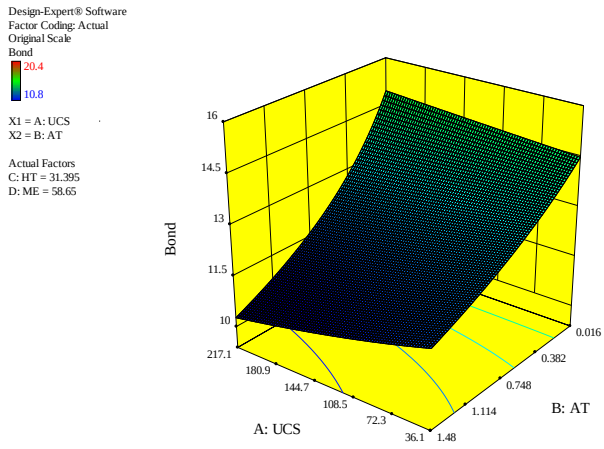
جدول ٤. مشخصات آماری مدل پاسخ

مشخصه آماری	مقدار
انحراف استاندارد خطا	۹/۰۳۲×۱۰ $^{-۹}$
میانگین	۳/۹٦۰×۱۰ $^{-۳}$
ضریب تغییرات (٪)	۲/۲۸۱×۱۰ $^{-۳}$
مجموع مربع‌های باقیمانده پیش‌بینی شده[1]	۱
ضریب تعیین (R^2)	۱
ضریب تعیین تعدیل شده (R^2_{Adj})	۱
کفایت دقت[2]	۸۰۸٤٤/۲٤۳

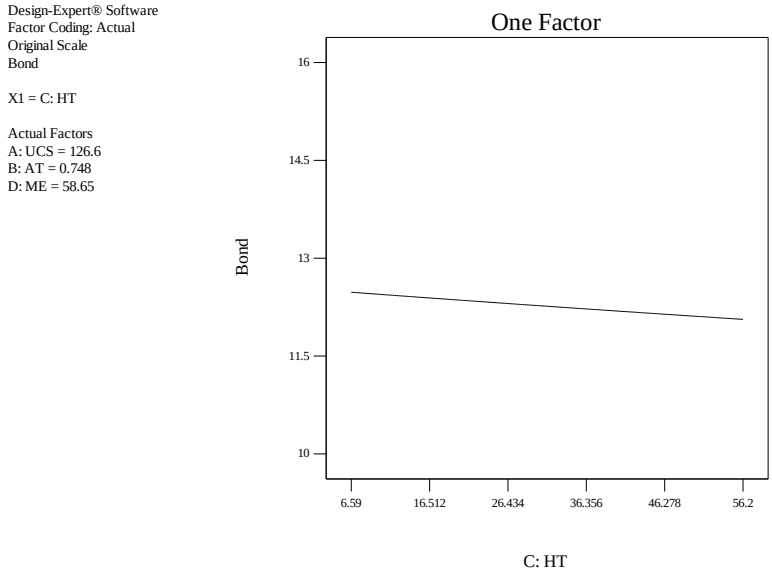
در ادامه تحقیق اثرات چهار متغیر مستقل فیزیکی-مکانیکی سنگ بر اندیس کار باند در قالب طرح‌های گرافیکی سطح پاسخ و نمودار کانتور بررسی شده که نتایج آن در شکل‌های ۵ تا ۷ نشان داده شده‌اند. در هر کدام از این تصاویر، نمودار سطح پاسخ به‌عنوان تابعی از یک یا دو پارامتر رسم شده و پارامترهای دیگر ثابت در نظرگرفته شده‌اند. با توجه به شکل ۵ مشخص است که مقدار تست سایش تاثیر قابل ملاحظه‌ای بر مقدار اندیس کار باند دارد و با کاهش مقدار سایش‌پذیری، اندیس باند با نرخ تندی افزایش می‌یابد. با توجه به شکل ٦ مشخص است که مقدار آزمون سختی تاثیر چندانی بر اندیس کار باند ندارد. چنان‌که در شکل ۷ نشان داده شده است، دیگر پارامتر مؤثر در تعیین اندیس باند مقدار مدول الاستیسیته است؛ با افزایش مدول الاستیسیته ماهیت رفتاری سنگ از شکل‌پذیری به شکنندگی عبور

1. Predicted Residual Sum of Squares
2. Adequate precision

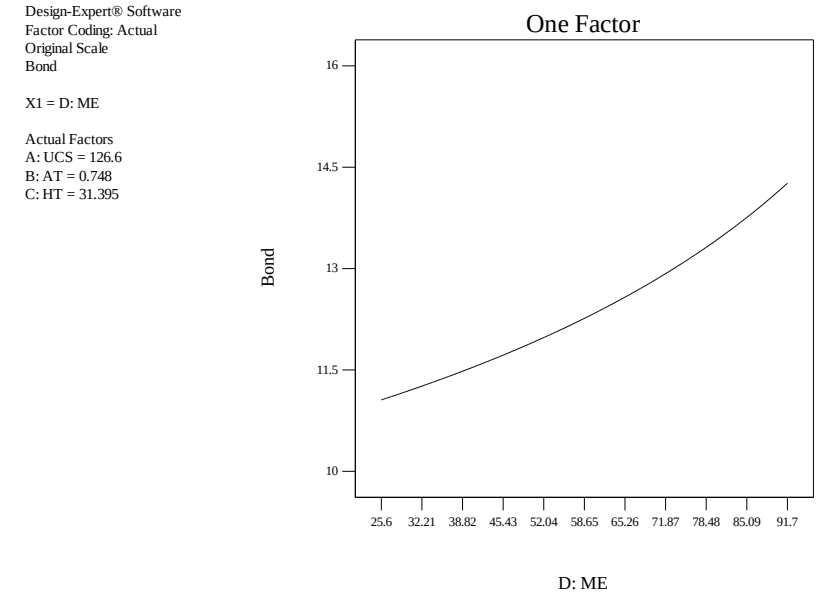
خواهد کرد و این امر منجر به افزایش اندیس باند می‌شود.



شکل ۵. اثر UCS و AT بر اندیس کار باند



شکل ٦. اثر HT بر اندیس کار باند



شکل ۷. اثر ME بر اندیس کار باند

ارزیابی دقت مدل‌های مختلف تخمین اندیس باند

مقادیر اندازه‌گیری شده BWI، پیش‌بینی شده به‌وسیلهٔ حافظ [۱۲] و مدل بسط یافته در این تحقیق، در جدول ۵ ارائه شده‌اند.

جدول ۵. جزئیات مربوط به مقادیر اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده اندیس کار باند مبتنی بر مدل‌های مختلف

نمونه	مقدار اندازه‌گیری شده	BWI-UCS	BWI-AT	BWI-HT	BWI-ME	BWI-RSM
۱	۱۰/۸۰	۱۰/۹٤	۱۰/۷۹	۹/٦٥	۹/۸۳	۱۰/۸۰
۲	۱۱/٦۰	۱۳/٦۸	۱۱/۹۱	۱۲/٥۱	۱۱/۲۳	۱۱/٦۰
۳	۱۲/۷۰	۱٤/۸٤	۱۳/٤۰	۱۳/٦۳	۱۲/۹۲	۱۲/۷۰
٤	۱٤/۷٥	۱٦/٦٦	۱٦/٤٥	۱٥/٥۱	۱٥/۳۳	۱٤/۷٥
٥	۱۷/۰٦	۱۷/٤۳	۱٤/٥۷	۱٦/٤٦	۱۷/٥۳	۱۷/۰٦
٦	۲۰/٤۰	۲۱/۱۷	۱۸/۹٤	۱۷/۳۷	۱۷/۸۷	۲۰/٤۰
۷	۱٦/٦۰	۲۰/۱٥	۱۸/۲۹	۱۸/۰۱	۱٦/۸۳	۱٦/٦۰

در متون فنی برای مقایسهٔ میزان برازنده‌گی تخمین‌های صورت‌گرفته، تعدادی شاخص و آزمون آماری پیشنهاد شده، که آزمون‌های مورد استفاده در این تحقیق در جدول ٦ جمع‌بندی

شده‌اند. معادلات ریاضی مربوط به هریک از این شاخص‌ها به‌صورت جداگانه معرفی و توضیحات لازم به‌منظور تفسیر راحت‌تر ذکر شده است. در معادلات ارائه شده برای آزمون‌های آماری، BWI_{Meas} و BWI_{Esti} به ترتیب برابر با مقادیر اندازه‌گیری شده و تخمین-زده شدهٔ اندیس کار باند است.

برمبنای شاخص‌های قید شده در جدول ٦ تمامی مدل‌های تخمین اندیس کار باند بررسی شده در تحقیق حاضر ارزیابی شد، که نتیجه در جدول ٧ ارائه شده است. چنان‌که در این جدول مشخص است، برمبنای آزمون‌های آماری، رابطهٔ تخمین RSM با مقدار خطای پیش‌بینی صفر در تمامی ارزیابی‌ها بهترین مقدار را دارد، از این‌رو، رابطهٔ مذکور به‌عنوان مناسب‌ترین رابطهٔ تخمین اندیس کار باند پیشنهاد می‌شود.

جدول ٦. آزمون‌های آماری مورد استفاده برای مقایسهٔ میزان برازندگی تخمین

پارامتر آماری	معادله	توضیحات
میانگین درصد قدرمطلق خطا[1] (MAPE)	$MAPE = \frac{1}{n} \times \left[\sum_{i=1}^{i=n} \left| \frac{BWI^{i}_{Meas} - BWI^{i}_{Esti}}{BWI^{i}_{Meas}} \right| \right] \times 100$	مقدار کوچکتر بهتر است.
مجذور میانگین مربعات خطا[2] (RMSE)	$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^{i=n} \left(BWI^{i}_{Meas} - BWI^{i}_{Esti} \right)^2}$	مقدار کوچکتر بهتر است.
واریانس قدرمطلق خطای نسبی[3] (VARE)	$VARE = \mathrm{var}\left(\left| \frac{BWI_{Meas} - BWI_{Esti}}{BWI_{Meas}} \right| \right) \times 100$	مقدار کوچکتر بهتر است.
به حساب واریانس[4] (VAF)	$VAF = \left[1 - \frac{\mathrm{var}\left(BWI_{Meas} - BWI_{Esti} \right)}{\mathrm{var}\left(BWI_{Meas} \right)} \right] \times 100$	مقدار بزرگتر بهتر است.

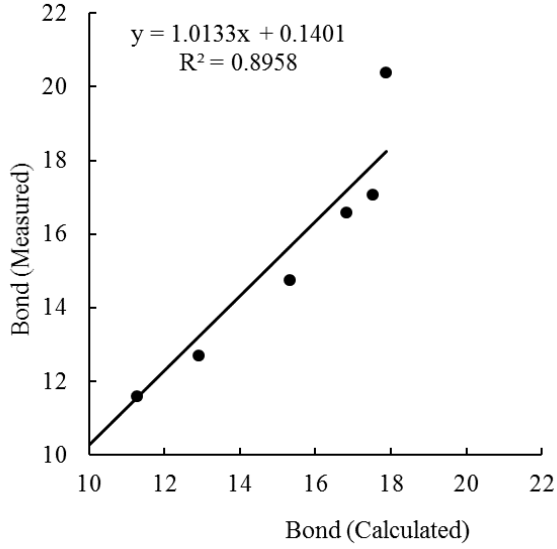
علاوه بر آزمون‌های آماری بررسی شده در جدول ٧، نمودار تخمین- مقدار واقعی نیز به عنوان یک ابزار گرافیکی بررسی دقت تخمین در متون فنی، در این بخش به‌کار گرفته شده است. در این آزمون مقادیر تخمین زده شده BWI به‌وسیلهٔ هر یک از مدل‌ها در مقابل مقادیر اندازه‌گیری شده BWI ترسیم می‌شود. به هر مقدار که ضریب تعیین یا رگرسیون

1. Mean Absolute Percentage Error
2. Route Mean Square Error
3. Variance Absolute Relative Error
4. Variance Account for

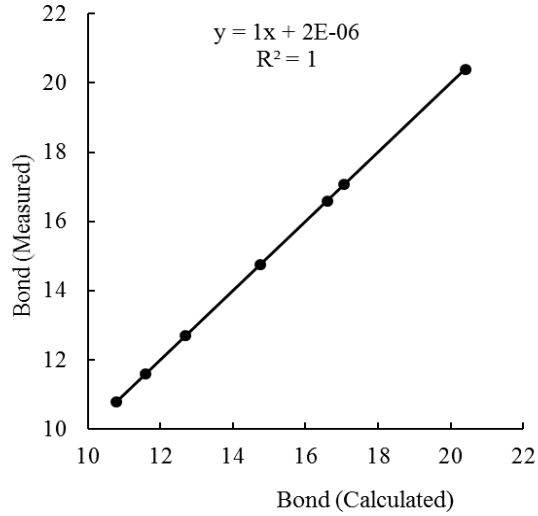
(R^2) به عدد یک نزدیک‌تر باشند، دقت تخمین اندیس کار باند به‌وسیلهٔ مدل بهتر است. چنان‌که از جدول ۷ مشخص است، از میان چهار مدل ارائه شده به‌وسیلهٔ ابدل حافظ (۲۰۱۲) مدل BWI-ME دارای مزیت نسبی است، از این‌رو، این مدل برای مقایسه با نتایج تحقیق حاضر انتخاب شده است. نتایج حاصل از آزمون تخمین- مقدار واقعی برای مدل‌های BWI-ME و BWI-RSM به‌ترتیب در شکل‌های ۸ و ۹ نشان داده شده است. چنان‌که از این شکل‌ها مشخص است، معادلهٔ خط حاصل از برازش برای مدل BWI-RSM با ضریب تعیین (R^2) برابر با ۱ بهترین عمل‌کرد را دارد.

جدول ۷. مقایسه مدل‌های مختلف تخمین نرخ نفوذ بر مبانی آزمون‌های آماری

VAF (%)	VARE (%)	RMSE	MAPE (%)	مدل مبتنی بر
۸۷/۵۷۵	۰/۵۹۷	۱/۹۲۲	۱۰/۸۹۹	BWI-UCS
۷۹/۱۸۳	۰/۲۲۳	۱/٤٤۸	۷/۳۹۳	BWI-AT
۷۸/٦۲۵	۰/۱۱۸	۱/٤۷۰	۸/۲۵۵	BWI-HT
۸۹/۵٦۰	۰/۱۵۱	۱/۰۷۷	٤/۸۵۸	BWI-ME
۱۰۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	BWI-RSM

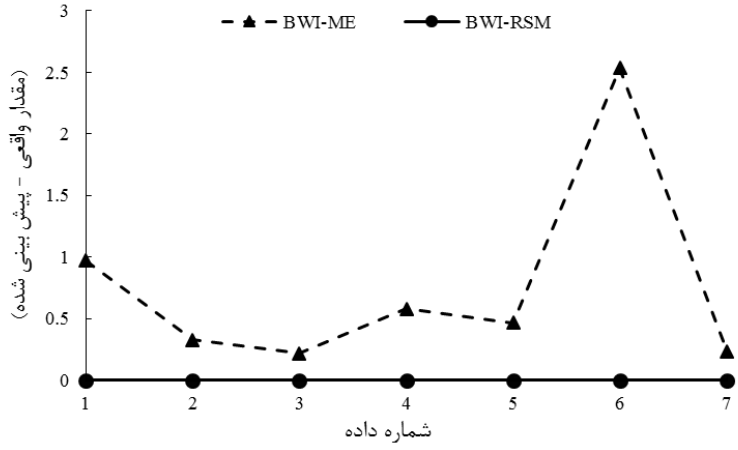


شکل ۸. نمودار تخمین- اندازه‌گیری شده برای مدل BWI-ME



شکل ۹. نمودار تخمین- اندازه‌گیری شده برای مدل BWI-RSM

با توجه به نتایج ارائه شده در جدول ۷ مقدار قدر مطلق خطای پیش‌بینی ($\left|BWI_{Measured} - BWI_{\text{Estimated}}\right|$) برای مدل‌های تخمین BWI-ME و BWI-RSM نیز محاسبه شد که در شکل ۱۰ نشان داده شده است. با توجه به این شکل مشخص است که در تمامی پیش‌بینی‌ها مقدار خطای مدل تخمین مبتنی بر RSM کوچک‌تر است.



شکل ۱۰. مقایسهٔ مقدار خطای مدل‌های تخمین BWI-ME و BWI-RSM

نتیجه‌گیری

BWI یا اندیس کار باند با قدمتی بیش از ۵۰ سال به‌عنوان روش مؤثر قدیمی طراحی، بهینه‌سازی و بزرگ‌مقیاس‌سازی آسیای‌های صنعتی به‌شمار می‌رود. پیاده‌سازی شرایط BWI وقت‌گیر و نیاز به دقت زیاد دارد، در این راستا بعضاً روش‌های غیرمستقیم به‌منظور تخمین BWI توسعه یافته‌اند. در این تحقیق نیز روشی جای‌گزین برای آزمایش BWI ارائه شد. در این مقاله با توجه به انجام آزمایش‌های فیزیکی-مکانیکی موثر سنگ و آزمایش باند روی هفت نوع سنگ مختلف، مدل جدید و غیرمستقیم چندمتغیره‌ای ارائه شده که تخمینی کاملاً دقیق از انرژی مورد نیاز برای خردایش سنگ‌های مورد استناد را ارائه کرده است.

خروجی مدل جدید پیشنهادی دقیقاً با BWI استاندارد منتطبق است و نسبت به اکثر مدل‌ها و روش‌های پیشین برتری دارد. مقایسهٔ مقادیر خطای برخی تحقیقات اشاره شدهٔ قبلی و نتایج تحقیق حاضر، نشان از کارا بودن مدل پیشنهادی دارد که با صرف وقت و خطای کم‌تر و به‌صورت غیرمستقیم تخمینی دقیق از BWI ارائه می‌کند.

مدل چندمتغیرهٔ پیشنهادی تحقیق مبتنی بر روش سطح پاسخ است، متغیرهای مقاومت فشاری تک‌محوره سنگ، مدول الاستیسیته، شاخص سختی و سایش سنگ به‌عنوان متغیر مستقل و متغیر اندیس کار باند به‌عنوان متغیر وابسته با روش سطح پاسخ ارزیابی شده که طی آن مدلی با ضریب رگرسیونی یک حاصل شده است. یکی از قابلیت‌های روش سطح پاسخ، تعیین میزان اثرگذاری هر یک از متغیرهای وابسته بر متغیر مستقل می‌باشد، بر مبنای قابلیت موصوف و تحلیل انجام گرفته، بیش‌ترین اثرگذاری مربوط به متغیرهای مستقل سایش و مدول الاستیسته است و سختی حائز کم‌ترین میزان اثرگذاری بر متغیر وابسته است.

با توجه به این‌که آزمایش‌های فیزیکی-مکانیکی ساده این تحقیق که ورودی مدل پیشنهادی تخمین‌گر BWI را تشکیل می‌دهند، به‌طور معمول در مراحل ابتدایی پروژه‌های معدنی انجام گرفته و سهل الوصول هستند، توسعهٔ مدل و تعمیم آن به سنگ‌های مختلف با توجه به کارایی و دقت مناسب آن پیشنهاد می‌شود. مدل پیشنهادی در حالت فعلی و در صورت تطابق خصوصیات هفت نوع سنگ بررسی شده با سنگ‌های مشابه می‌تواند به‌عنوان یک شاخص سرانگشتی محاسبه BWI محسوب شود.

منابع

1. Bond F. C., "Comminution exposure constant by the third theory", Transactions of AIME, Mining Engng, Vol. 8, No. 9 (1957) 1372-1376.
2. Deniz V., Ozdag H., "A new approach to Bond grindability and work index: dynamic elastic parameters", Minerals engineering, Vol. 16, No. 3, (2003) 211-217.
3. Free K., McCarter M., King R., "Evaluation of a new method for work index estimation using single particle impact tests", Minerals and Metallurgical Processing, Vol. 22, No. 2 (2005) 96-100.
4. Swain R., Rao R. B., "Alternative approaches for determination of Bond work index on soft and friable partially laterised Khondalite rocks of Bauxite mine waste materials", Journal of Minerals and Materials Characterization and Engineering ,Vol. 8, No. 09 (2009) 729.
5. Gent M., Menendez M., Toraño J., Torno S., "A correlation between Vickers Hardness indentation values and the Bond Work Index for the grinding of brittle minerals", Powder Technology, Vol. 224 (2012) 217-222.
6. Magdalinović N., "Abbreviated test for quick determination of Bond's Work index", Journal of Mining and Metallurgy A: Mining, Vol. 39, No. 1-4 (2003) 1-10.
7. Gharehgheshlagh H. H., "Kinetic grinding test approach to estimate the ball mill work index", Physicochemical Problems of Mineral Processing, Vol. 52 (2016).
8. Williams O., Eastwick C., Kingman S., Giddings D., Lormor S., Lester E., "Investigation into the applicability of Bond Work Index (BWI) and

Hardgrove Grindability Index (HGI) tests for several biomasses compared to Colombian La Loma coal", Fuel, Vol. 158 (2015) 379-387.

9. Todorovic D., Trumic M., Andric L., Milosevic V., "A quick method for Bond work index approximate value determination", Physicochemical Problems of Mineral Processing, Vol. 53 (2017).

۱۰. حسنی صدرآبادی س.، پرنده ل.، دهقانی ع.، "ارزیابی روش های ساده و غیر مستقیم تخمین اندیس کار باند (مطالعهٔ موردی: سنگ آهن چغارت)، "نشریهٔ علمی-پژوهشی مهندسی معدن، دورهٔ ۷، شمارهٔ ۱٤(۱۳۹۱) ٦۳-٦۸.

11. Ahmadi R., Shahsavari S., "Procedure for determination of ball Bond work index in the commercial operations", Minerals engineering, Vol. 22, No. 1(2009) 104-106.

12. Haffez G. S. A., "Correlation between Bond work index and mechanical properties of some Saudi ores," J. Eng. Sci., Vol. 40, No. 1, (2012) 271-280.

13. Hudson J. A., Harrison J. P., "Engineering rock mechanics: an introduction to the principles", Elsevier (2000).

14. Atkinson R., et al., "Suggested methods for determining hardness and abrasiveness of rocks", International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 15, No. 3 (1978) 89-97.

15. Mwanga A., Rosenkranz J., Lamberg P., "Testing of Ore Comminution Behavior in the Geometallurgical Context-A Review", Minerals, Vol. 5, No. 2 (2015) 276-297.

16. West G., "A review of rock abrasiveness testing for tunnelling", in ISRM International Symposium: International Society for Rock Mechanics (1981).

17. Bhushan B., "Modern tribology handbook", two volume set. CRC press (2000).

۱۸. همزبان م. ت.، معماریان ح.، رستمی ج.، "مقایسه روش‌های مختلف تعیین سایندگی سنگ‌ها، " نشریهٔ علمی-پژوهشی مهندسی معدن، دورهٔ ۸، شمارهٔ ۱۹ (۱۳۹۲) ۸۷-۱۰۶.

19. Farooq Anjum M., Tasadduq I., Al-Sultan K., "Response surface methodology: A neural network approach", European Journal of Operational Research, Vol. 101, No. 1 (1997) 65-73.

20. Kwak J.-S., "Application of Taguchi and response surface methodologies for geometric error in surface grinding process", International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. 45, No. 3, (2005) 327-334.

21. Baş D., Boyacı İ. H., "Modeling and optimization I: Usability of response surface methodology", Journal of Food Engineering ,Vol. 78, No. 3 (2007) 836-845.